

## KAYIŞ KASNAK MEKANİZMALARINDA KAYMA OLAYINI ETKİLEYEN FAKTÖRLERİN ANALİZİ

**M. Nedim GERGER**

Makina Mühendisliği Bölümü  
Mühendislik Fakültesi -Balıkesir/Türkiye

### Özet

Kayış kasnak mekanizmalarında kayma; güç kaybına, çevrim oranının değişimine ve kayışın hızlı eskimesine neden olan bir olaydır. Bu çalışmada, konu ile ilgili yayımlanmış çalışmalardan da yararlanılarak, kayma olayının geniş bir analiz verilmiştir. Kayışın boyca uzaması (sürünme), yiv içindeki şekilsel uyumu ve kayma şekil değiştirmesi gibi faktörlerin kayma olayına etkileri tanımlanmaya çalışılmıştır.

Anahtar kelimeler : Kayış mekanizmaları, kayma olayı,

### Abstract

Slip in the belt drives is a phenomena which will causes to lose the power, speed ratio chancing and rapid wear of belt. In this study, published papers related to this subject are reviewed and analysis of the slip phenomena is given in detail. Effects of (factors such that) creep (along belt), compliance of the belt in the groove and shear deflection factors on the slip phenomena are described.

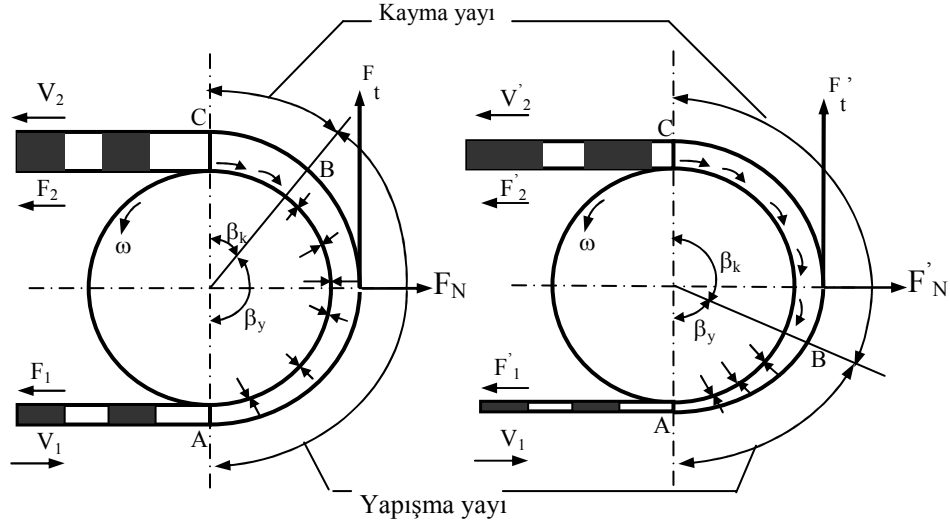
Keywords: Belt drives, creep phenomenon

### 1.GİRİŞ

Kayış kasnak mekanizmalarında; elastik bir kayış gergin olarak iki veya daha fazla kasnak üzerine takılır. Güç iletimi; kayış kasnak arasındaki sürtünme vasıtasıyla gerçekleşir. Bu mekanizmalarda **kayma**; sürtünme nedeniyle kayış kollarında oluşan farklı gerilmelerin meydana getirdiği uzama ve kısalmalara bağlı bir olaydır.

Başlangıç olarak Reynolds (1847) tarafından açıklanan, daha sonra Swift (1928) tarafından genişletilen ilk teorik çalışmalarda kayma olayında kayış; kesme ve eğilme gerilmeleri ihmal edilecek kadar ince ve uzayabilir olduğu kabul edilmiştir [7]. Bu teorilere göre; mekanizmada güç iletimi ve buna bağlı kayma olayı şöyle gerçekleşmektedir:

Kayış, tahrik kasnağına  $V_1$  hızı ve  $F_1$  gerilme kuvveti ile sarılır (Şekil 1). Hem gerilme kuvveti hem de hız AB yayı ( $\beta_y$  açısı) boyunca sabit kalır. Statik sürtünmenin olduğu bu temas yayının sonuna doğru sürtünme kuvvetleri kısmen azalır ve kayış, kasnak üzerinde geriye doğru kaymaya başlar. **Elastik kayma** olarak adlandırılan bu olayda kayış gerilme kuvveti de azalmaya başlar. Bu azalma, BC yayı ( $\beta_k$  açısı) boyunca devam eder ve sonuçta kayış tahrik kasnağını  $F_2$  gevşek kol gerilmesi  $V_2$  hızı ile terk eder. Kasnaktan kayışa güç iletimi tüm sarılış açısı  $\beta'$  nin belirli bir kısmında gerçekleşir. Bu açiya  $\beta_y$  **yapışma açısı** adı verilir. Sarılış açısının diğer kısmına  $\beta_k$  **kayma açısı** denir.



Şekil 1. Bir mekanizmada tahrik kuvvetine bağlı olarak kayma açısının değişimi ( $F'_t > F_t$ )

Güç iletiminde etkili olan açı kayma açısıdır Mekanizma ile iletilen güç

$$P = F_t \cdot V = (F_1 - F_2) \cdot V$$

olup, büyüklüğü  $(F_1 - F_2)$  farkına bağlıdır. Ancak bu fark büyüdükçe kayma açısı da büyür (Şekil 1). Mekanizmanın güç iletim kabiliyeti  $\beta_k$  kayma açısının maksimum değerinde gerçekleşir ki, bu da tam kayma denilen duruma karşılık gelir.

Kayma olayında, kayışların aşağıda yazılı dört farklı davranışı etkili olmaktadır [5]

- Kayışın boyca uzaması
- Kayışın yiv içinde şekilsel uyumu
- Kayma şekil değiştirmesi (radyal ve aksenal yönde)
- Eğilme rijitliği

Farklı kayış tipleri için gerçekleştirilen teorik incelemelerde aşağıdaki kabuller yapılmıştır [1]

1. Yük taşıyan çekme elemanı ince, uzamaz ve esnek değildir.
2. Sürtünme kuvvetleri etkisinde kalan kayışın enine kesit düzlemleri yine düzlemsel kalır.
3. Kayış üzerinde hareket ettiği kasağa yapışır.
4. Kinetik sürtünme katsayısı ( $\mu_k$ ) ve statik sürtünme katsayısı ( $\mu_s$ ) sınırlı sabit bir değere sahiptir.
5. Hızlardan kaynaklanan atalet kuvvetleri ihmal edilir.

## 2. Kayışın Boyca Uzamasına Bağlı Kaymanın Analitik İfadesi

Çalışma sırasında kayış kolları arasında Euler Bağıntısı olarak bilinen ve basitleştirilmiş

$$F_1 = F_2 \cdot e^{\mu \beta_k} \quad (1)$$

Bağıntısı vardır. Buna göre; kayma yayı ( $\beta_k$ ) üzerinde gerilme değişimi

$$\Delta F = F_2 (e^{\mu_k \beta_k} - 1)$$

dır. Ancak, kayışın sarılış yayının diğer kısmında da gerilme değişmektedir. Eşit kasnak çaplarının kullanıldığı bir mekanizmada, yapışma yayı ( $\beta_y$ ) üzerindeki bu gerilme değişimi ise

$$\Delta F = \frac{1}{2} \frac{F_2 e^{\mu_k \beta_k}}{R} \mu_s (\pi - \beta_k) R = \frac{\pi - \beta_k}{2} F_2 e^{\mu_k \beta_k} \mu_s \quad (2)$$

olur. Buradan da; tüm sarılış açısı boyunca gerilme değişimi:

$$F_1 - F_2 = F_2 \left[ (e^{\mu_k \beta_k} - 1) + \frac{\pi - \beta_k}{2} \mu_s e^{\mu_k \beta_k} \right] \quad (3)$$

$$\frac{F_1}{F_2} = e^{\mu_k \beta_k} \left[ 1 + \frac{\pi - \beta_k}{2} \mu_s \right] \quad (4)$$

olur.

## 2.2 Düz Kayışlarda Kayışın Boyca Uzamasına Bağlı Kayma

Kayış kasnak mekanizmalarında kayma olayı;  $s$  (kayma faktörü) ve  $\lambda$  (çekme faktörü) parametrelerine bağlı olarak ifade edilmektedir. Uzayabilir düz kayışlarda  $s$  ve  $\lambda$  sırasıyla kayış kollarındaki hız farkına ve kuvvetlere bağlı olarak:

$$s = 1 - \frac{v_2}{v_1} \quad (5)$$

$$\lambda = \frac{F_1 - F_2}{F_1 + F_2} \text{ dır.} \quad (6)$$

bağıntıları ile tanımlanmıştır [1]. Çekme faktörü  $\lambda$ , eşitlik 3 ve 4 den yararlanarak

$$\lambda = \frac{F_1 - F_2}{F_1 + F_2} = \frac{e^{\mu_k \beta_k} \left[ 1 + (\pi - \beta_k) / 2 \mu_s \right] - 1}{e^{\mu_k \beta_k} \left[ 1 + (\pi - \beta_k) / 2 \mu_s \right] + 1} \quad (7)$$

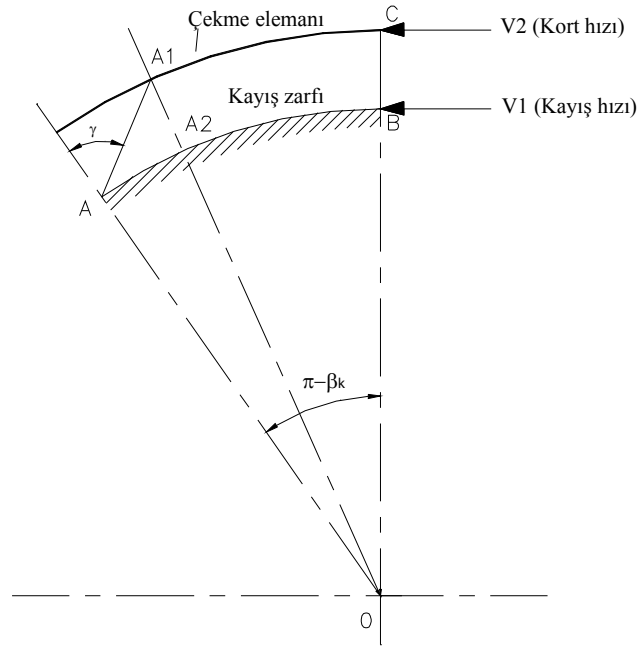
şeklinde tanımlanabilir.

Uzayabilir kayış tipleri için  $F_1 - F_2$  farkına bağlı olarak, kayışta meydana gelen uzama ( $\varepsilon_1 - \varepsilon_2$ ), hesaplanır. Kayış kollarındaki bu uzama farkı hız kaybı olarak alınıp, eşitlik 5 deki kayma faktörü  $s$  hesaplanır. Uzamaz çekme elemanına sahip düz kayışlarda ise kayma; kayış kasnak temas yüzeyinde sürtünme nedeniyle kayış zarfında (kauçuk kısmında) meydana gelen kayma şekil değiştirmelerine (Şekil 2) bağlı olarak hesaplanmaktadır.

Bu kayma değeri; döndüren kasnak için Eşitlik 8, döndürülen kasnak için Eşitlik 9 ile hesaplanabilir [1].

$$s_1 = \frac{e^{\mu_k \beta_k} \mu_s H(F_1 + F_2)}{e^{\mu_k \beta_k} \left\{ 1 + [(\pi - \beta_k) / 2] \mu_s \right\} + 1} \frac{1}{BG(\pi - \beta_k)R^2} \quad (8)$$

$$s_2 = \frac{e^{-\mu_k \beta_k} \mu_s H(F_1 + F_2)}{e^{-\mu_k \beta_k} \left\{ 1 - [(\pi - \beta_k) / 2] \mu_s \right\} + 1} \frac{1}{BG(\pi - \beta_k)R^2} \quad (9)$$

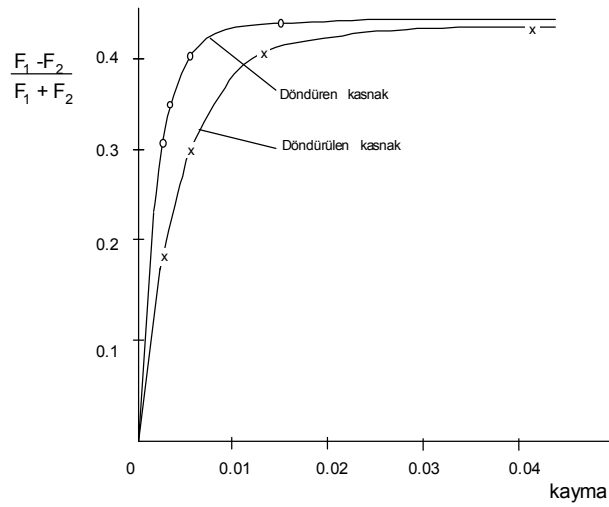


Şekil 2. Yapışma yayındaki kayma şekil değişimi. AB = Yapışma yayı

Bu kayma teorisine göre hesaplanan  $\lambda$  ve  $s$  arasındaki ilişki Şekil 3 'de verilmiştir.

## 2.2 V Kayışlarında Kayma

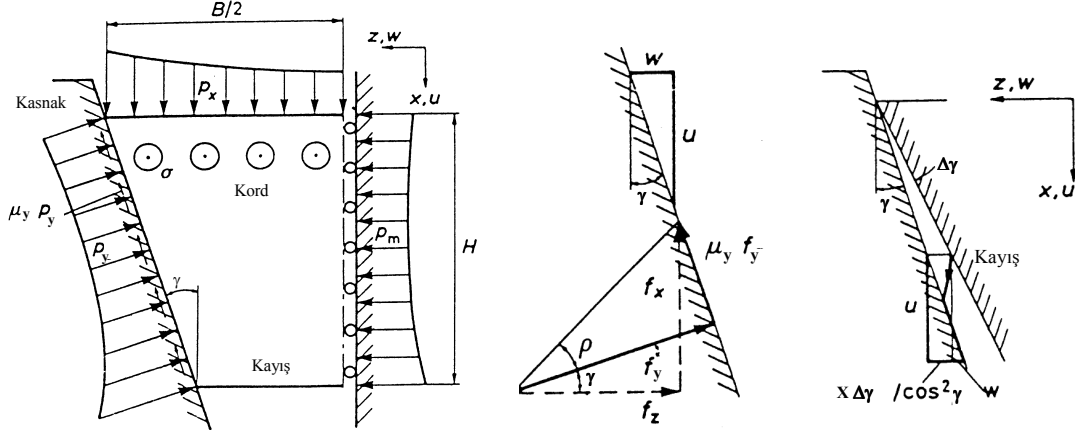
V kayışlarında sürtünme yan yüzeylerde meydana gelir. Bu kayışların hem uzunlaşmasına hem de enine elastikiyeti sebebiyle kayma davranışı düz kayışlardan farklıdır ve tam olarak Euler bağıntısına uymaz. Kayma olayı ile ilgili bahsedilen yeni yaklaşımlar da göz önüne alınarak V kayışlarında kayma; şekilsel uyum, kayma şekil değişimi ve uzunlaşmasına kaymayı da içeren birleştirilmiş kayma şeklinde incelenmiştir.



Şekil 3. Döndüren ve döndürülen kasnakta kayma [1]. ( $F_1 + F_2 = 670 \text{ N}$ )

## 2.2.1 Şekilsel uyum

Gerdirme kuvveti kayışın yiv içinde sıkışmasına sebep olur. Bu sıkışma sonucu olarak kayışın maruz kaldığı zorlanmalar Şekil 4 de gösterilmiştir [2].



Şekil.4.V kayışına etkiyen kuvvet ve basınçlar [f: kuvvet vektörü] [2]

Gerdirme kuvveti ile oluşan radyal  $p_x$  basıncı

$$p_x = \frac{\sigma}{RB}$$

olur.

Bu basınç kayışın yan taraflarında  $P_y$  yiv basıncını oluşturur. Bu da kayışın yiv içinde kısmen radyal yönde hareketine sebep olur. Bu hareket sonucu birim yüzeyde oluşan sürtünme bileşeni  $\mu_y p_y$  dir.  $\mu_y$  yiv yan yüzeyindeki bağıl sürtünme katsayısı aşağıdaki eşitlikle hesaplanabilir [2].

$$\mu_y = -\mu \cos \gamma_s \cos \phi / \cos \gamma$$

ve

$$\tan \gamma_s = \tan \gamma \cos \phi \text{ dir.}$$

Gerdirme kuvvetine bağlı olarak kayışın radyal yönde şekil değiştirmesi

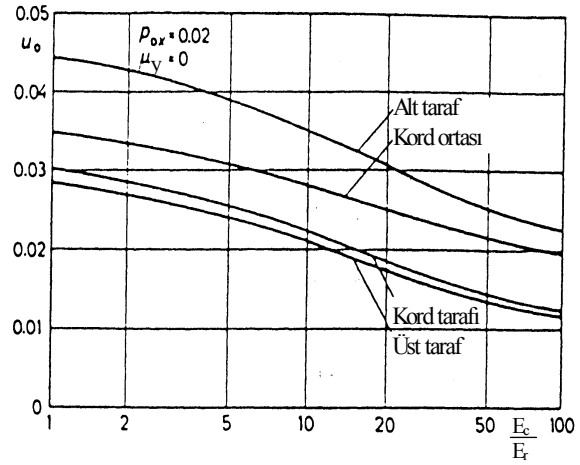
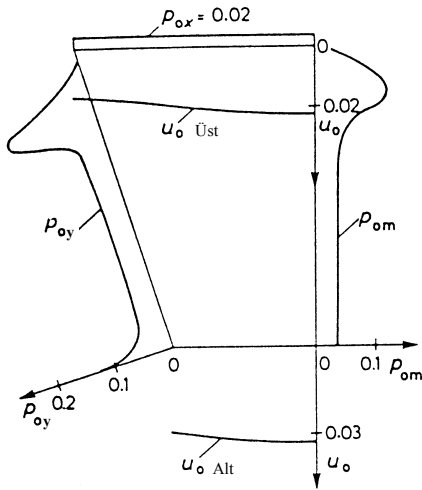
$$u = \frac{F}{k_1 R} [Cot(\gamma + \rho) + k_{02} + k_{03}] \quad (10)$$

eşitliği ile verilmiştir [2]

Sabit  $p_x$  basıncı değeri için  $F = p_x BR$  ilişkisini kullanarak, **sayısal çözümler için** boyutsuz değerlere göre düzenlenen eşitlik aşağıda verilmiştir.

$$\frac{u_0}{p_{0x}} \frac{k_1}{E} = Cot(\gamma + \rho) + k_{02} \quad (11)$$

$u_0$  ve  $p_{0x}'$  in ilgili parametrelere bağlı olarak değişimini gösteren örnekler Şekil 5.a-b 'de verilmiştir.

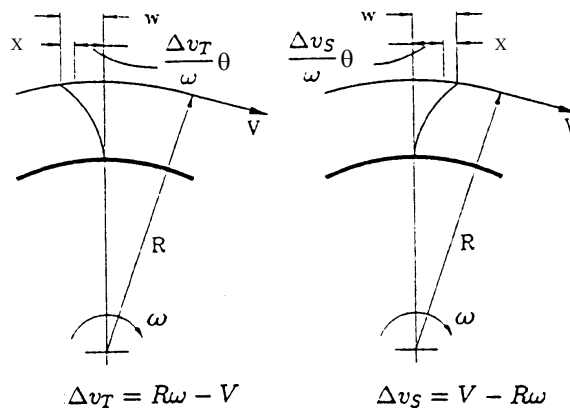


Şekil 5a.  $E_c / E_r = 25$ ,  $\mu_y = 0$ ,  $\nu = 0,48$ ,  $\gamma = 18^\circ$  için farklı basınç ve radyal yer kayışta  $u_0$  yer değiştirme [2]  
Şekil 5b. Kord elastikliği  $E_c/E_r$  in fonksiyonu olarak  $18^\circ$  için farklı basınç ve radyal yer kayışta  $u_0$  yer değiştirme [2]

## 2.2.2 Kayma şekil değiştirmesi

Kayış kasnak temas yüzeyinde yapışma yayının sonuna doğru, sürtünme kuvvetlerinin kısmen azaldığı daha önce belirtilmişti. Bu kuvvet değişimi kayış zarfı içinden kord tabakasına iletilir. Bu nedenle kayış uzunluğunca kayma gerilmeleri (dolayısıyla kayma şekil değiştirmelerine) oluşur.

Kayma şekil değiştirmesi hem radyal ( düz, V ve çok ağızlı V kayışlarında), hem de eksenel olarak (V ve çok ağızlı V kayışlarında) meydana gelir. Kord tabakasında oluşan kayma şekil değiştirmesi Şekil 6 'da gösterildiği gibi  $w$  'dır.[5]



Şekil 6. Kayışta boyca oluşan kayma şekil değiştirmesi [5]

Gerdirmeye bağlı olarak  $w$  değeri eşitlik 12 ile hesaplanabilir [5]

$$w = \frac{H_f}{GB} F_s = \frac{H_f}{GB} \xi \mu_y \frac{F}{R} \quad (12)$$

$H_f$  = Kayış cinsine bağlı izafi kayış kalınlığıdır.

$$V \text{ kayışları için: } H_f = H_v \frac{1 + g_\xi}{g_G} \text{ dır.}$$

$H_v$ : V kayışı kalınlığı

$g_\xi$  = kayma sürtünmesi düzeltme faktörü

$g_G$  = kayma modülü düzeltme faktörü

(V kayışlar için  $g_\xi = 0,659$ ,  $g_G = 1,20$  alınabilir [5])

Yapışma bölgesinde meydana gelen gerilme değişimi kayış kordonunun uzamasına sebep olur. Belirli bir  $\theta$  açısına karşılık gelen bu uzama:

$$x = \int_0^\theta \frac{F - F_a}{c} R d\theta \quad (13)$$

dır.[5]

Kayışın şekilsel uyumu ile radyal yöndeki u şekil değiştirmesi de kaymayı etkileyecektir. Bu etkinin de hesaba katılmasıyla kayma şekil değiştirmesi

$$w = \frac{H_f}{GB} \xi \mu_y \frac{F}{R} = \frac{\Delta V}{\omega} \theta + (1 + c_0) \int_0^\theta \left( \frac{F}{F_a} - 1 \right) d\theta \quad (14)$$

şeklinde yazılabilir.

Bu etkileri de hesaba katarak V kayışlarında kayma aşağıda verilen yöntemle hesaplanabilir

**Kayma faktörü** döndüren ve döndürülen kasnakta ki hız farkına göre ifade edilirse;

$$s = 1 - \frac{R_2 \omega_2}{R_1 \omega_1}$$

olur. Bu eşitlik

$$s = (F_0 / c_0 + u_0)_1 - (F_0 / c_0 + u_0)_2 \quad (15)$$

şeklinde düzenlenmiştir [3]. Bu ifade kısaca;

$s = s_1 - s_2$  şeklinde yazılabilir. Eşitlik 15 de:

$$c_0 = \frac{c}{R^2 k_1} \text{ kayış için boyutsuz yay sabiti}$$

$c$  = kayışın uzunlamasına yay sabiti

$$F_0 = \frac{F}{R^2 k_1}$$

$$u_0 = \frac{u}{R}$$

dır.

Kayma faktörü için verilmiş ifadede **Eşitlik 10 'daki** u 'nun değeri yazılarak döndürülen kasnak için;

$$s_2 = F_0 [ 1/ c_0 + (y+ k_0 ) ( 1 + \mu_y \tan \varphi ) ] \quad (16)$$

ifadesi elde edilir. Bu eşitlikte;

$$k_0 = k_{02} + k_{03} \quad \text{ve} \quad \gamma = ( \text{Cos}\gamma + \mu \text{Sin} \gamma_s ) / ( \text{Sin} \gamma - \mu \text{Cos}\gamma_s \text{Cos}\varphi ) \text{ dir.} \quad (17)$$

$\gamma_s$ : kayma düzlemi eğim açısı (kayma hızı ve yarıçap vektörü arasındaki eğik düzlemin kenar açısı)

$\varphi$  : Dönme düzlemindeki kayma açısı

$k_0$ := radyal yay sabiti (boyutsuz)

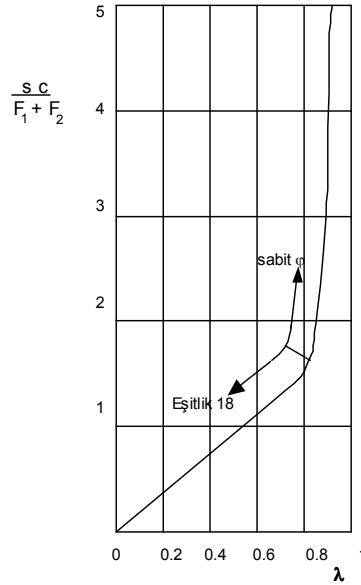
$F_2$  ve  $F_1$  değerleri kullanılarak

$$\frac{s_2 c}{F_1 + F_2} = \frac{1 + \lambda}{2} [1 + c_0 (y + k_0) (1 + \mu_y \tan \varphi) \dots] \quad (18)$$

yazılabilir.  $\varphi$  biliniyorsa ,  $\gamma$  ve  $\mu_y$  hesaplanabilir. Sabit  $\varphi$  değeri için

$$\frac{F_1}{F_2} = e^{\mu_y \beta_k} \quad \text{yazılabilir .}$$

Kayma faktörü  $s$ , eşitlik 8 ve 9 da gösterilen  $s_1$  ve  $s_2$  'in birleştirilmesiyle elde edilebilir. Şekil 7 'de eşitlik 18 'den yararlanarak çizilen teorik kayma eğrisi gösterilmiştir.



Şekil 7. Çekme faktörünün fonksiyonu olarak kayma[6]  
(çevrim oranı 1:1,  $\gamma = 18^\circ$ ,  $\mu = 0.4$ ,  $c_0 = 0.5$ ,  $k_{02} = -0.5$ )

Bu ilişkide dikkat edilecek husus; aşırı kaymayı daha çok iletilen moment belirlerken, kayma eğrisinin  $\varphi$  sabit değerinde de yükselişidir. Daha düşük lamda değerleri için kayma tamamen kontrol edilebilmektedir.



## SONUÇLAR

Kayışların boyca uzaması yanında, yiv içindeki şekilsel uyumu (V kayışlarda) ve kayma şekil değiştirmesinin de kayma olayına etkisi olmaktadır. Bu etkenler de dikkate alınarak hesaplanan kayma değerlerinin, kayışın boyca uzaması esasına dayanan hesaplamalardan farklı olduğu görülmektedir.

V kayışlarının yan yüzeylerinde oluşan basıncın kord rijitliği, kauçuk rijitliği ve sürtünme katsayısına bağlı olarak değiştiği ve yüzeydeki dağılımının farklı olduğu görülmektedir. Bu farklı dağılım kayışın yıpranmasında önemli bir etkidir. Bazı basitleştirmeler yapılarak; sayısal çözümlerle kayma olayını tam olarak ifade etmek mümkün değildir. Farklı kayış tiplerinin kullanıldığı mekanizmalarda, kayma olayının analizi için deneysel verilerin de gerektiği tartışılmaz bir gerçektir

### SEMBOL LİSTESİ

$\gamma$	:Yiv açısı	$\lambda$	:Çekme faktörü
$\Phi$	:Kayma hızı doğrultusu	s	:Kayma faktörü
u	:kayışın radyal yönde şekil değiştirmesi	p	:Basıncı
$\beta$	:Kayış sarılış açısı	$\sigma$	:Normal gerilme
$F_1$	:Gergin kol kuvveti	B	:Kayış genişliği
$F_2$	:Gevşek kol kuvveti	$k_1$	:Kayışın eksenel basınca bağlı radyal yay sabiti
$F_t$	:Teğetsel kuvvet	$k_2$	:Kayışın radyal basınca bağlı radyal yay sabiti
$F_N$	:Gerdirme kuvveti	$k_3$	( $k_{02}=k_1/k_2$ )
V	:Kayış hızı	$k_3$	:Çekme kuvvetine bağlı radyal yay sabiti ( $k_{03}=k_1/k_3$ )
$\omega$	:Açısal hız	$\rho$	:Sürtünme açısı
R	:Kasnak yarıçapı	B	:Kayış genişliği
$\mu$	:Sürtünme katsayısı	H	:Kayış kalınlığı
		c	:Uzama rijitliği

## KAYNAKÇA

- [1] Firbank, T.C., "Mechanics of The Belt Drive," Int. J. Mech. Sci. Pergaman Press, 1970 Vol. 12, pp. 1053 – 1063.
- [2] Gerbert, B.G., "Pressure Distribution and Belt Deformation in V-Belt Drives," Journal of Engineering for Industry, August 1975, pp. 976-981
- [3] Gerbert., B.G., " Some Notes on V-Belt Drives," Journal of Mechanical Designer, Vol. 103, January 1981, pp. 8-18.
- [4] Dolan, J.P., "Closed-Form Approximations to the Solution of V-Belt Force and Slip Equations," Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design, Vol. 107, Jun. 1985, pp. 292-297.
- [5] Gerbert, B.G., "Belt Slip-A Unified Approach," Journal of Mechanical Design, Vol. 118 September 1996, pp. 432-439.
- [6] Gerbert, B.G., "A Note on Slip in V-Belt Drives", Transaction of the ASME , Nov. 1976, pp.1366-1368
- [7] Alciatore, D.G., "Multipulley Belt Drive Mechanics: Creep Theory vs Shear Theory" Journal of Mechanical Design. December 1995 Vol. 117.