

DİŞLERİ DEĞİŞTİRİLEBİLİR DİŞLİ MODELLERİNE KOMPOZİT UYGULAMALARI VE GERİLME ANALİZİ

Cihan ÖZEL¹, Nurettin ARSLAN²

¹ Fırat Üniversitesi, Makina Mühendisliği Bölümü-ELAZIĞ
E-Posta: cozel@firat.edu.tr

² Balıkesir Üniversitesi, Makina Mühendisliği Bölümü-BALIKESİR
E-Posta: narслан@balıkesir.edu.tr

Özet

Bu çalışmada, sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak, farklı kompozit malzemeli pimli ve kamalı dişli modellerinin elastik gerilme analizleri yapılmıştır. Düz dişliler, mevcut düz dişlilerden farklı olarak, gövde, kapak ve dişler olmak üzere, birbirinden bağımsız üç kısım halinde tasarlanmış ve CNC freze tezgahında imal edilmiştir. Bu yeni düz dişli tiplerinde dişler taslak gövdeye, pimli ve kamalı olmak üzere iki farklı şekilde yerleştirilmiştir. Kompozit uygulamalarına yönelik analizlerde tek yönlü ve çapraz takviye tipleri için farklı fiber dizilim açıları ele alınmıştır. Hesaplanan eşdeğer gerilmelerin, E_1/E_2 oranına bağlı olarak değişimi değerlendirilmiştir. Kamalı olarak gövdeye monte edilen düz dişli modelinin daha büyük yükler altında çalıştırılabileceği görülmüştür.

Anahtar kelimeler: *Dişleri değiştirilebilen düz dişli modeller, kompozit malzemeler, elastik gerilme analizi, sonlu elemanlar yöntemi.*

Abstract

In this study, the elastic stress analysis of the spur gear pinned and fluted models is realised for different composite materials. The spur gears consist of the body, cover and teeth contrary to the usual type are designed and manufactured by CNC milling machine. The teeth are fixed to the gear body by using a different ways as fluted and pinned joints. In the composite applications, the unidirectional and cross-ply reinforced fiber types are selected under different reinforcement angles. The variations of the obtained equivalent stresses are presented according to the E_1/E_2 ratio. The load capacity of the spur gear model, in which teeth are mounted by fluted joints, is higher than that of pinned joints.

Key Words: *Spur gear models having demountable teeth, composite materials, elastic stress analysis, finite element method.*

1. GİRİŞ

Farklı biçim ve kullanım alanına sahip olan dişliler, genel olarak güç ve hareket iletiminde kullanılırlar. Bu çalışma şartları altında, genellikle dişlilerde yüzey hasarları ve diş dibinden kırılmalardan dolayı iki farklı hasar türü ortaya çıkmaktadır [1, 2]. Bu nedenle tasarımcılar meydana gelebilecek aşınma ve kırılma gibi unsurları en aza indirmek için dişli malzemesi seçimine, üretimine ve yağlanması konusuna oldukça önem vermelidirler [2]. Dişlinin diş dibinde meydana gelen zorlanmalar seçilen dişli malzemesi, istenilen çalışma ömrü, diş

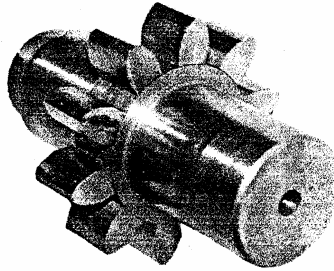
yüzeylerinin pürüzlülük değerleri ve emniyet faktörü gibi önemli faktörlere bağlıdır. Diş dibinde ilk çatlak farklı nedenlere bağlı olarak ortaya çıkabilir. Anlık aşırı yüklemeler, malzeme hatası, imalat veya ısıl işlemten dolayı meydana gelen hatalar ve malzeme yorulması en çok karşılaşılan türlerdir. Bu aşamadan sonra çatlak, kritik çatlak boyuna ulaşana kadar yayılır ve nihayetinde diş kırılması meydana gelir [1, 3]. Diş dibinde çatlak bulunan dişlilerin ömür hesapları hem deneysel hem de sayısal çözümleme teknikleri ile yapılmaktadır. Sonlu Elemanlar Metodu (FEM) ve Sınır Elemanlar Metodu (BEM) başlıca sayısal yöntemler arasında yer alır. Diş dibindeki bir çatlağın gerilme yığılma analizi iki boyutlu sonlu elemanlar problemi olarak çeşitli araştırmacılar tarafından incelenmiştir [1, 4]. Diş dibinde var olan bir çatlağın, dişlinin çalışması esnasındaki meydana gelen farklı yük konumları dikkate alınarak gerilme yığılma faktörü hesaplanmış ve yayılma yönü tespit edilmiştir [5]. Lineer elastik kırılma mekaniği yaklaşımıyla düz dişlilerde, maksimum gerilmenin meydana geldiği diş dibi bölgesine çatlağın nasıl yerleştirileceği ve nasıl ilerletileceği ele alınarak çatlaklı ve çatlaksız dişlilerin gerilme analizleri gerilme dağılımları sonlu elemanlar metodu ile analiz edilmiştir [6]. Daha önceki bir çalışmada, klasik düz dişli imalatlarından farklı olarak dişleri değiştirilebilen düz dişliler, FANUC 0Mt CNC freze tezgahları kullanılarak taslak gövde ve dişler olmak üzere iki kısım halinde imal edilmiştir. Bu şekilde imal edilen düz dişli üzerindeki dişler, taslak gövde üzerine pimli ve kamalı olmak üzere iki şekilde monte edilmiş ve bir yağ pompasında çalıştırılarak denenmiştir [7].

Bilindiği gibi dişli çarklar güç ve hareket ileten elemanlardan birisidir. Bu durum dikkate alındığında, dişli çarkların dişlerinde aşınma ve kırılma önemli bir problem oluşturmaktadır. Dişli çarkın dişlerindeki bu aşınma ve kırılmalar, dişlerin tümünde olabildiği gibi tek bir dişte de oluşabilmektedir. Dişli çark dişindeki bu aşınma ve kırılma durumlarına göre, dişli çarklar çoğu zaman yekpare olarak imal edilmek zorundadır. Bu durum ise malzeme ve zaman kaybına sebep olabilmektedir. Ancak günümüzde CAD-CAM tekniklerindeki gelişmeler her türlü parçanın istenilen hassasiyette ve ölçülerde imalatına imkân tanımaktadır. Dişli çark üzerindeki dişlerde oluşabilecek aşınma ve kırılma durumlarında, dişli çarkların bir bütün olarak imal edilmesi yerine dişlerinin tek tek değiştirilmesi düşünülerek [7], dişleri değiştirilebilen bu dişli çarklar, farklı şekillerde tasarlanmış ve CNC freze tezgahında imatları yapılmıştır [7].

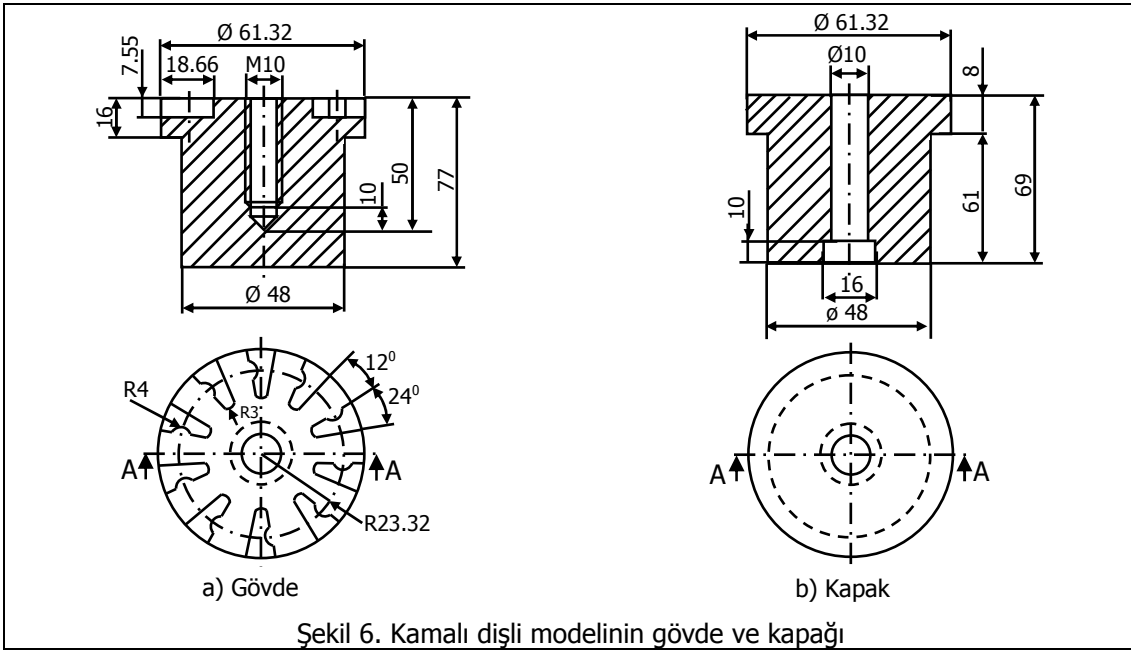
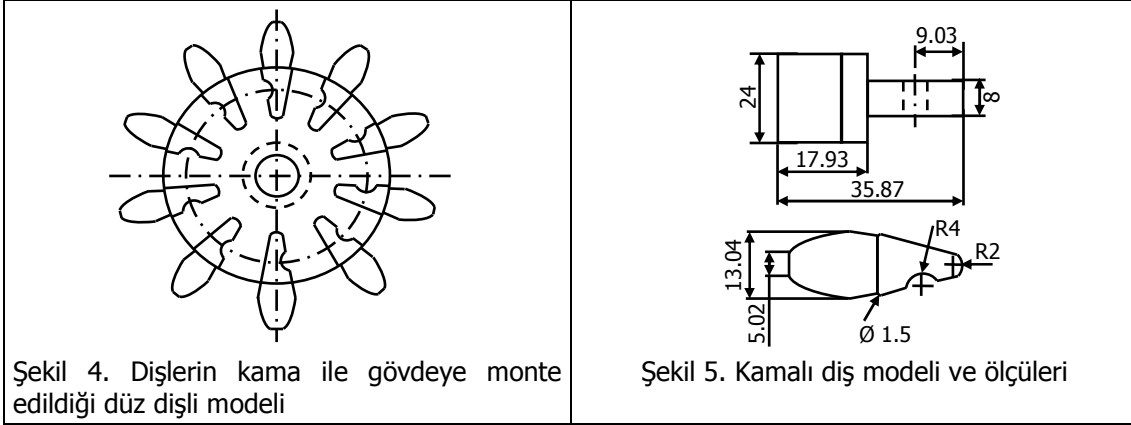
Bu çalışmada, dişleri değiştirilebilen bu yeni tip kompozit malzemeli düz dişli çark modellerinin elastik gerilme analizleri, sonlu elemanlar metodu ile yapılmış ve yük taşıma açısından en uygun düz dişli modeli belirlenmiştir.

2. DİŞLERİ DEĞİŞTİRİLEBİLEN DÜZ DİŞLİ MODELLERİ

Dişleri değiştirilebilen düz dişli modellerinde dişler, klasik uygulamalardan farklı olarak FANUC 0Mt CNC freze tezgahında tek bir diş için hazırlanan program ile gövdeden bağımsız olarak imal edilmiştir. Dişlerin yerleştirileceği gövde kısmı da, hazırlanan CNC programı yardımıyla, dişlerden bağımsız olarak yine aynı tezgahta imal edilmiştir. Daha sonra tek tek imal edilen bu dişler gövde üzerine pimli ve kamalı olarak Şekil 1' de görüldüğü gibi monte edilmiştir [7].



Şekil 1. Dişleri değiştirilebilir bir dişli modeli [7]



3. KOMPOZİT UYGULAMALARI VE SONLU ELEMAN GERİLME ANALİZİ

Gerilme analizleri yapılacak olan farklı kompozit malzemeli pimli ve kamalı düz dişli modellerine ait geometrik büyüklükler Tablo 1' de verilmiştir. Dişli çarkların yapımında kullanılan malzeme çeşitleri, dişli çarkların kullanım alanlarına göre farklılık arz eder. Dişli çarkların malzemesi, mukavemet ve yüzey basıncı bakımından yük taşıma kabiliyetlerini geniş ölçüde etkileyen önemli faktörlerden biridir [9]. Kompozit malzemelerin mukavemet/ağırlık oranlarının yüksek olması, hafiflik, tasarım esnekliği, boyutsal kararlılık, yüksek korozyon dayanımı, kolay kalıplanabilme vb. özellikleri bu malzemelerin makine elemanları tasarım ve imalatında tercih edilebilmeleri için yeterlidir.

Tablo 1. Dişli modellerine ait veriler

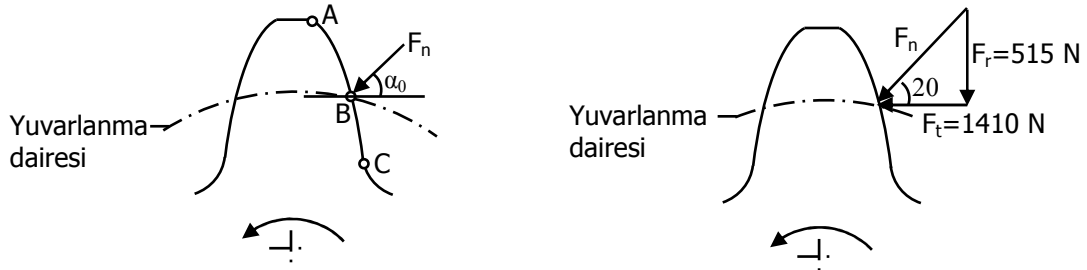
BÜYÜKLÜKLER	DEĞERLER
Modül, m	8
Basınç açısı, α_0	20°
Diş sayısı, Z	10
Diş üstü yüksekliği, h_a	8 mm
Diş taban yüksekliği, h_d	10 mm
Diş genişliği, b	24 mm

Genellikle güç ileten dişliler çelikten; hassas cihaz imalatında olduğu gibi yalnız devir ileten dişli çarklar bronz, teflon ve sinterlenmiş malzemelerden yapılır. Düşük hassasiyet gerektiren yerlerde ve çok düşük hızlarda çalışan dişli çarklar ise genellikle dökme demirden imal edilirler. Dişleri değiştirilebilen dişli çarkların kapağı, gövdesi ve dişleri daha önce yapılan bir çalışmada Ç 8620 malzemesinden imal edilmişti [7]. Bu çalışmada ise, gerilme analizleri yapılan aynı dişliler Tablo 2’de verilen kompozit malzemelerden seçilmiştir.

Tablo 2. Seçilen kompozit malzemeler ve mekanik özellikleri [Gibson]

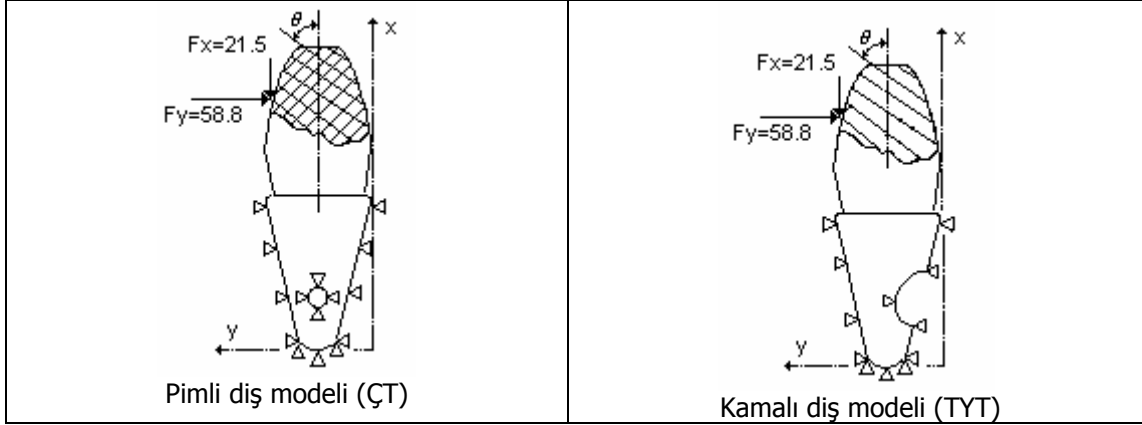
Malzeme No	Kompozit Malzeme	E_1 (MPa)	E_2 (MPa)	G_{12} (MPa)	ν_{12} (MPa)	E_1/E_2
1	Grafit/Epoksi	468900	6200	5580	0,31	75,63
2	Cam/Epoksi	76000	5500	2300	0,34	13,82
3	Polietilen/Epoksi	30700	3520	1450	0,32	8,72
4	Kevlar/Epoksi	38600	8270	4140	0,26	4,66
5	E camı/Vinilester	24400	6870	2890	0,32	3,55

Dişli çarklarda diş kuvveti veya normal kuvvet adını taşıyan kuvvet, kavrama doğrusu boyunca ve kuvvetin diş profili üzerindeki dağılışı kavrama oranı (ϵ)’na bağlıdır. Dişe etki eden kuvvet kavrama zamanı boyunca, K_ϵ olarak ifade edilen kavrama oranı faktörüne bağlı olarak A-C aralığı boyunca değişir [5]. Dişli çarklarda mukavemet hesapları yapılırken genellikle bu kuvvetin temas noktası, yuvarlanma dairesi üzerinden alınır ve buna göre hesaplamalar yapılır [8]. Bu çalışmada, kuvvetin uygulama noktası olarak normal kavrama sırasındaki temas yüzeyi esas alınmış ve bu yüzey üzerindeki ortalama basıncın olduğu B noktası dikkate alınmıştır (Şekil 7). Bu kuvvet, döndürülen dişliye dönme hızının yönünde, döndüren dişliye ise aynı büyüklükte fakat ters yönde etkir [8]. Bu çalışmada, önceki çalışmadaki diş profili [7] dikkate alınmış ve gerilme analizi yapılırken diş dibi rayüsü üzerinde durulmamıştır.



Şekil 7. Dişli çarkın iletildiği kuvvet

Bu çalışmada, bir dişli çarktan diğerine aktarılan güç 4.08 BG ve çalışma devri 500 dev/dak olarak alınmıştır. Bu çalışma şartlarında oluşan burulma momenti, 584,41 Kpcm olarak hesaplanmıştır. Hesaplanan bu burulma momentine ve dişli çarkın yukarıda verilen büyüklüklerine göre kuvvetler sırası ile $F_t=1410$ N, $F_r=515$ N ve $F_n=1501$ N olarak bulunmuştur. Dişleri değiştirilebilen dişli modelleri üzerindeki dişe etki eden çevresel ve radyal kuvvet dikkate alınarak bir diş üzerindeki mesnet noktaları (sonlu eleman modelinde sınır şartı) aşağıdaki gibi belirlenmiştir (Şekil 8).



Şekil 8. Diş tipleri ve sınır şartları (ÇT: Çapraz takviye, TYT: Tek yönlü takviye)

Sonlu eleman modellerinde pimli ve kamalı diş tipleri için sırası ile 3348, 4089 düğüm, 3168, 3920 eleman kullanılmış olup ağ oluşumu hazırlanan program yardımı ile otomatik olarak yapılmıştır. Sonlu eleman tipi olarak dört düğümlü izoparametrik elemanlar seçilmiştir. Dişlerin imal edildiği ortotropik malzemenin yük altındaki davranışını ifade edebilmek amacıyla düzlem gerilme-şekil değiştirme bağıntıları ele alınabilir.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{21} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{61} & \bar{Q}_{62} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

Burada $[\bar{Q}]$ matrisi, transform edilmiş $[Q]$ rijitlik matrisi olup, elastik sabitler ve fiber oryantasyon açısı cinsinden ifade edilir. Yani,

$$\begin{aligned} \bar{Q}_{11} &= Q_{11} \cos^4 \theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{22} \sin^4 \theta \\ \bar{Q}_{12} &= (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{12} (\sin^4 \theta + \cos^4 \theta) \end{aligned} \quad (2a)$$

$$\begin{aligned} \bar{Q}_{22} &= Q_{11} \sin^4 \theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{22} \cos^4 \theta \\ \bar{Q}_{16} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \sin \theta \cos^3 \theta + (Q_{12} - Q_{22} - 2Q_{66}) \sin^3 \theta \cos \theta \\ \bar{Q}_{26} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \sin^3 \theta \cos \theta + (Q_{12} - Q_{22} - 2Q_{66}) \sin \theta \cos^3 \theta \end{aligned} \quad (2b)$$

$$\bar{Q}_{66} = (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 2Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{66} (\sin^4 \theta + \cos^4 \theta)$$

yazılabilir. Q_{ij} 'ler sırası ile tek yönlü ve çapraz takviye edilmiş kompozitler için (3) ve (4) ifadelerinden elde edilebilir.

$$Q_{ij} = \begin{bmatrix} \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} & \frac{\nu_{12}E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} & 0 \\ \frac{\nu_{12}E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} & \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} & 0 \\ 0 & 0 & G_{12} \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$Q_{11} = \frac{E_1 + E_2}{2(1 - \nu_{12}\nu_{21})}$$

$$Q_{12} = \frac{\nu_{12}E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \quad (4)$$

$$Q_{22} = \frac{E_1 + E_2}{2(1 - \nu_{12}\nu_{21})}$$

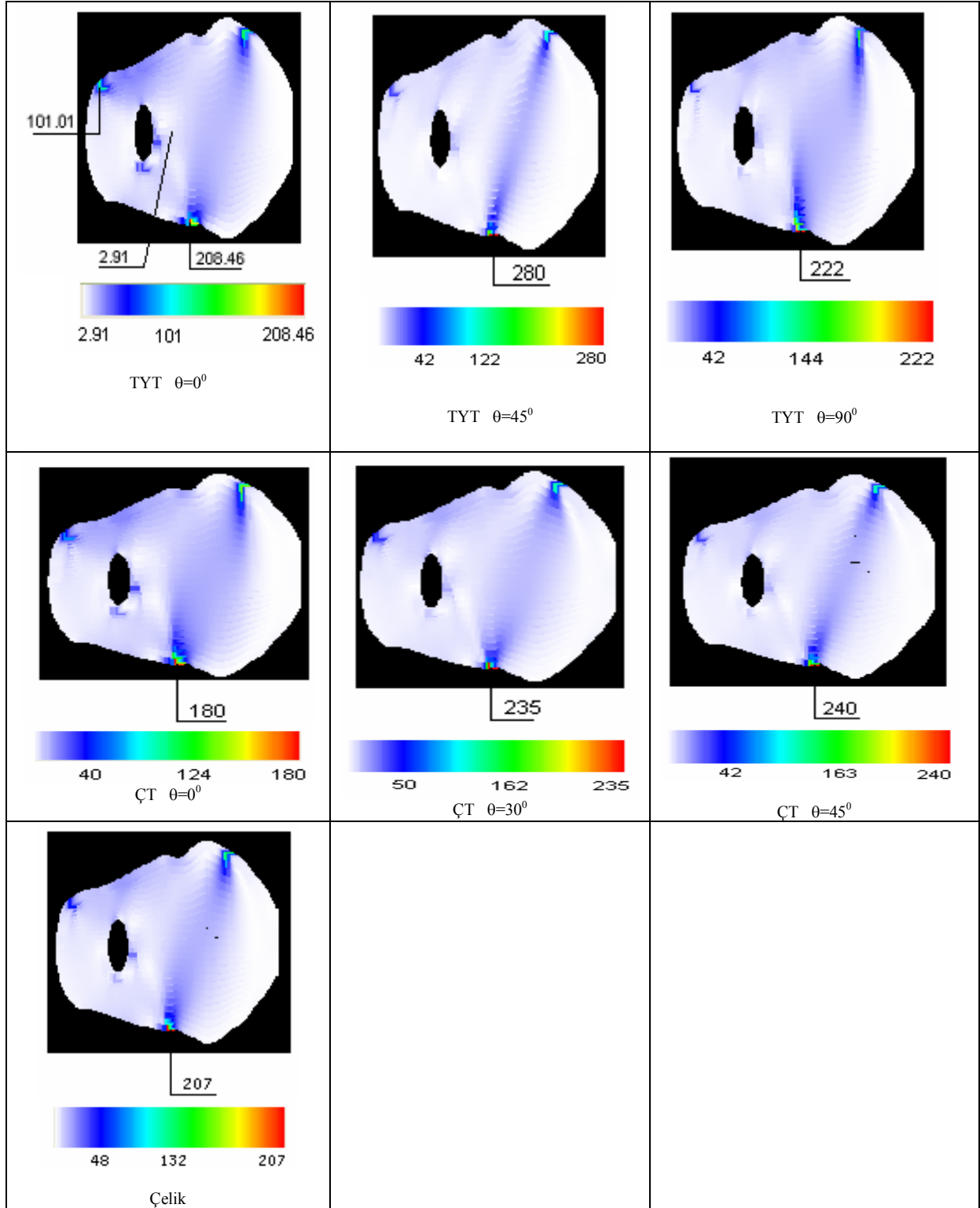
$$Q_{66} = G_{12}$$

Elastik sonlu eleman analizinde özetle; önce dışteki bütün düğümlerin deplasmanları ve şekil değiştirmeler hesaplanmıştır. Daha sonra (1) denklemi kullanılarak gerilmeler elde edilmiştir. Düğüm noktalarındaki gerilmelerin her bir bileşeni yerine tamamının ifade edildiği tek bir gerilme olan eşdeğer gerilmeler (σ_e :Von-Mises gerilmeleri) (5) ifadesi yardımı ile hesaplanmıştır. Farklı kompozit malzemeler için karşılaştırmalar bu gerilmelere göre yapılmıştır. Karşılaştırmalarda Maksimum gerilmeler de dikkate alınabilirdi. Bu durumda da malzeme mukayesesi açısından değişen bir şey olmadığı yapılan analizlerde görülmüştür.

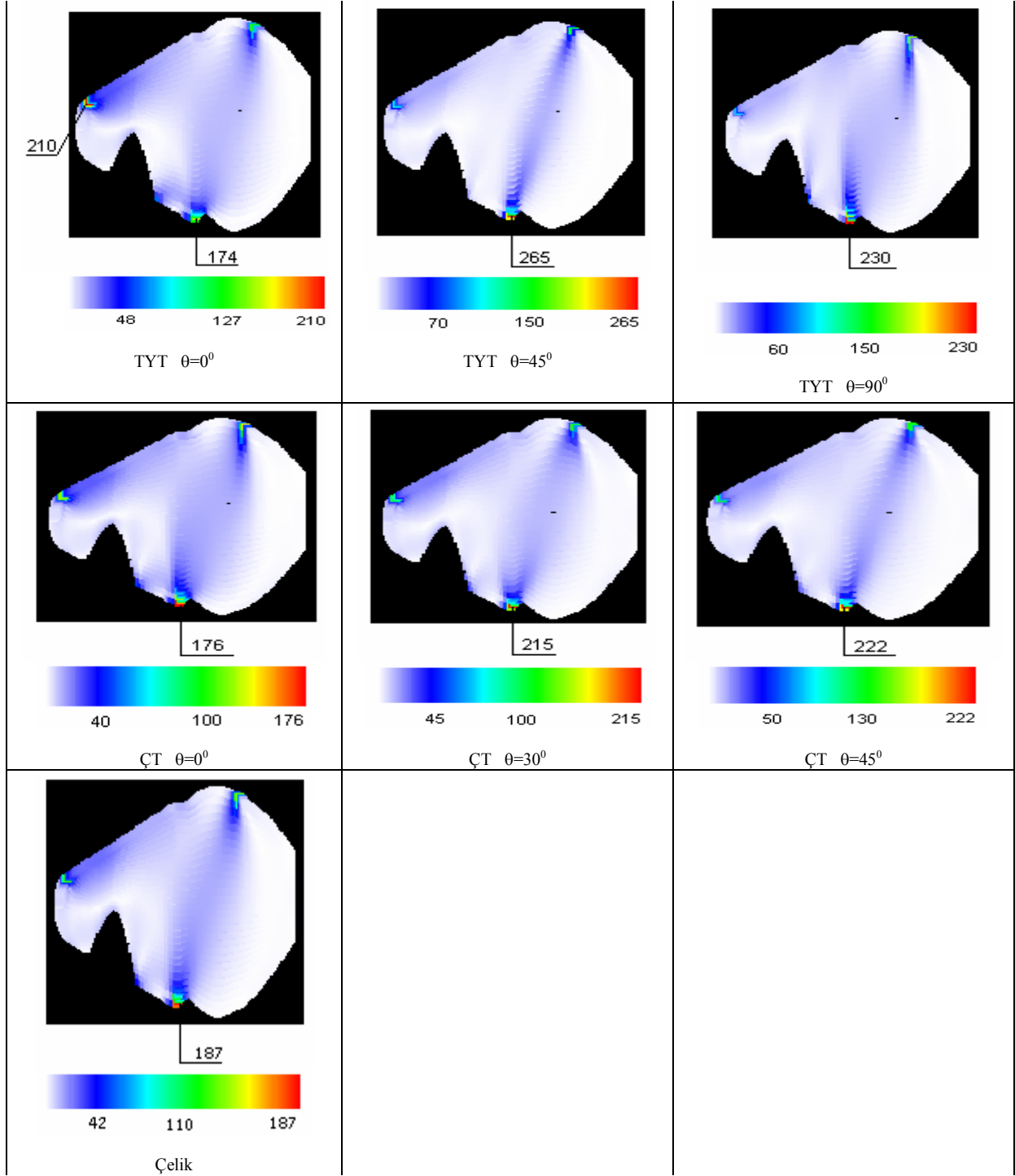
$$\sigma_e = \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + \sigma_y^2 + \sigma_x^2 + 6\tau_{xy}^2} \quad (5)$$

4. SONUÇLAR ve TARTIŞMA

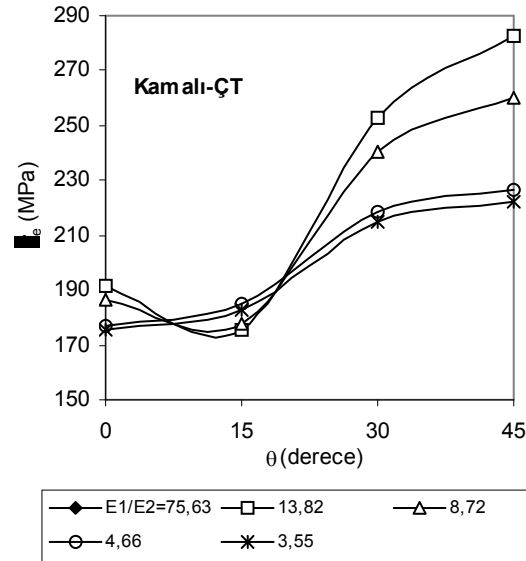
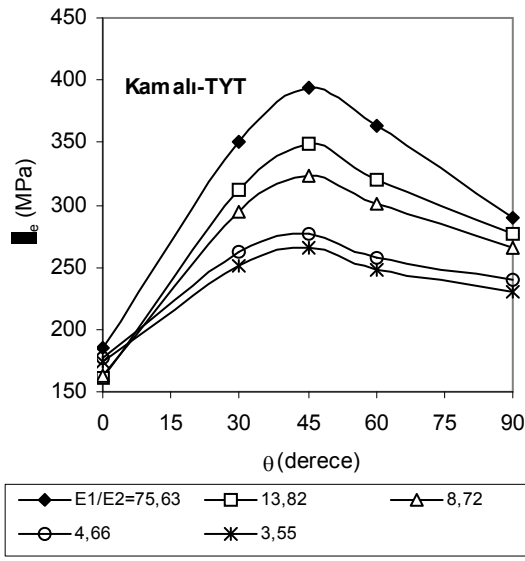
Bu çalışmada, dişli modellerine ait elastik gerilme analizi sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak hazırlanan bir bilgisayar programı (FORTRAN 90) yardımı ile yapılmıştır. Diş üzerinde oluşturulan her bir düğüme ait yer değiştirme, şekil değiştirme, gerilme bileşenleri ve eşdeğer gerilmeler elde edilmiştir. Her iki diş modeli için çizilen ve dişin tamamında gerilme dağılımının görüldüğü kontur grafiklerden en büyük gerilmelerin dişlerin dip kısmında ortaya çıktığı gözlenmiştir. Diş dibi gerilme bölgelerinin, değiştirilen fiber oryantasyon açıları ve malzeme türüne göre de değişmediği görülmüştür (Şekil 9.a, 9.b).



Şekil 9.a. Tek yönlü ve çapraz takviyeli fiber tipleri için pimli diş modelinde oluşan eşdeğer gerilmeler ($E_1/E_2=3.55$)



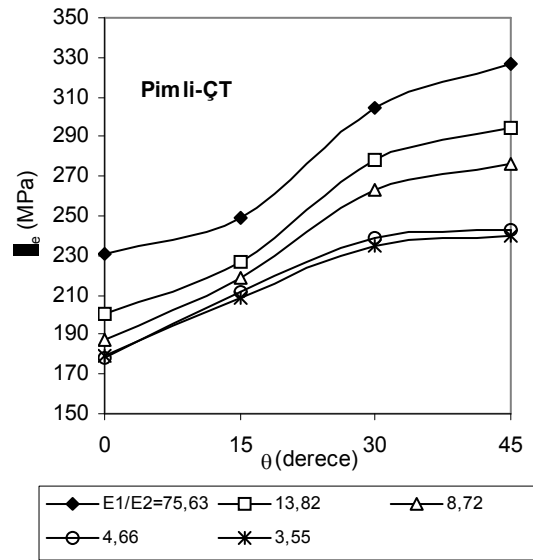
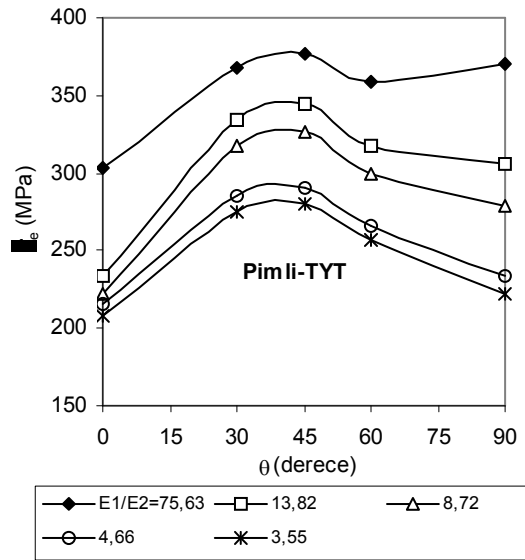
Şekil 9.b. Tek yönlü ve çapraz takviyeli fiber tipleri için kamalı diş modelinde oluşan eşdeğer gerilmeler ($E_1/E_2=3.55$)



(a)

(b)

Şekil 10. Farklı E_1/E_2 oranlarında eşdeğer gerilmelerin tek yönlü (a) ve çapraz (b) takviye edilmiş fiber oryantasyon açılarına bağlı olarak değişimi (Kamalı dış modeli)



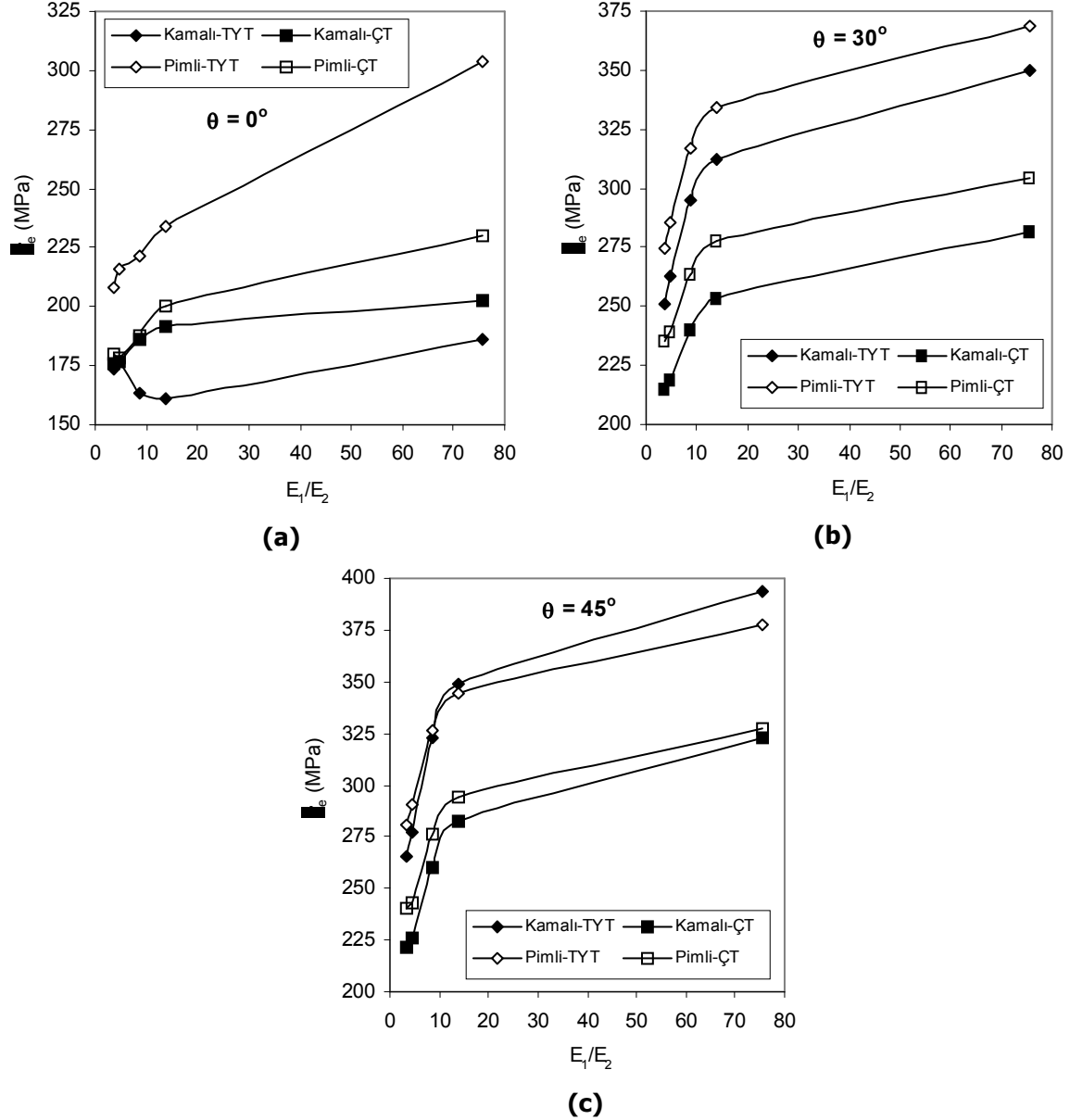
(a)

(b)

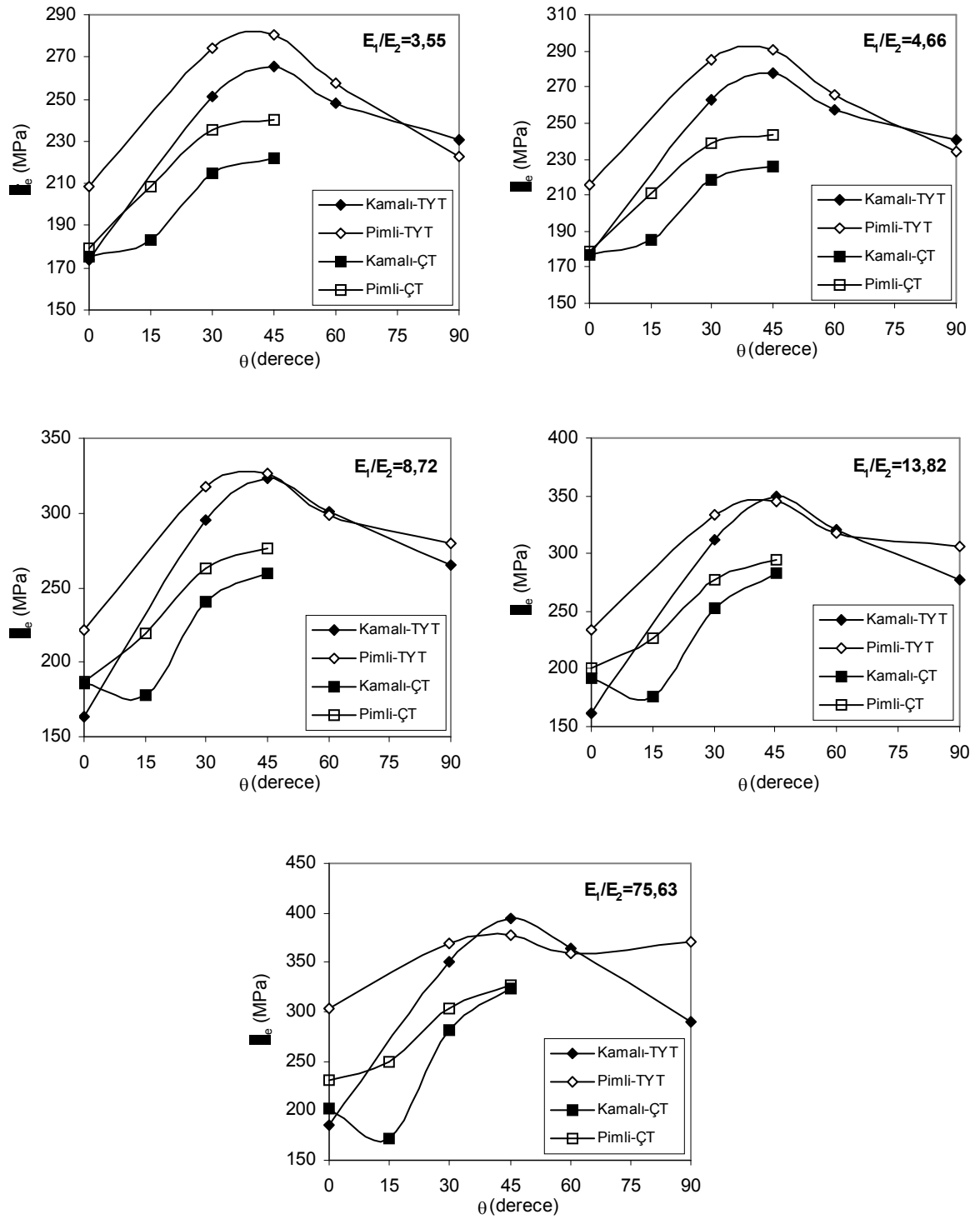
Şekil 11. Farklı E_1/E_2 oranlarında eşdeğer gerilmelerin tek yönlü (a) ve çapraz (b) takviye edilmiş fiber oryantasyon açılarına bağlı olarak değişimi (Pimli dış modeli)

Kamalı-pimli tip: Sabit bir yük değeri için, tek yönlü takviye edilmiş kompozitlerden yapılmış dış modellerinde artan takviye açısına bağlı olarak, eşdeğer gerilmeler 0° den 45° değerine kadar artmış, 45° - 90° arasında ise azalma göstermiştir (şekil 10.a ve 11.a). Kamalı-çapraz takviyeli dış modellerinde ise, 0 - 15° arasında belirgin bir değişim olmamakla beraber, 15° den sonra hızlı bir artış görülmüş ve eşdeğer gerilmeler en büyük değerine 45° de ulaşmıştır (şekil 10.b). Pimli-çapraz takviyeli dış modellerinde ise 15° deki bu dalgalanma olmayıp 0° den 45° ye kadar sürekli bir artış elde edilmiştir (şekil 11.b). Bu durum hemen hemen bütün E_1/E_2 değerleri için de değişmemiştir. Kamalı-çapraz takviyeli dış modellerindeki düzensizlik, maksimum gerilmelerin dışın dip kısmının dışında özellikle mesnet noktalarında da (oryantasyon açısına bağlı olarak) ortaya çıkması ile açıklanabilir. Çünkü yapılan analizlerde tek farklılık bu yönde görülmüştür.

Şekil 12.'de sabit θ açısında, artan E_1/E_2 oranına karşılık eşdeğer gerilmelerin nasıl değiştiği verilmiştir. Hem kamalı ve hem de pimli modeller için gerilme değerleri artan E_1/E_2 değerleri ile beraber artış göstermiştir. Bu artış $E_1/E_2=13.82$ değerinden sonra yavaşlama eğilimine girmiştir. Bu durum bütün açı, takviye tipi ve diş tipi için de değişmemiştir.



Şekil 12. Farklı fiber tipi ve diş modellerinde eşdeğer gerilmelerin E_1/E_2 oranına bağlı olarak değişimi ($\theta=0^\circ, 30^\circ$ ve 45° sabit değerleri için)



Şekil 13. Farklı fiber tipi ve diş modellerinde eşdeğer gerilmelerin fiber oryantasyon açlarına bağlı olarak değişimi (E_1/E_2 sabit değerleri için)

Bütün E_1/E_2 sabit değerleri için, eşdeğer gerilmelerin fiber takviye açlarına bağlı olarak değişimleri her bir fiber tipi ve diş modeli dikkate alınarak elde edilmiştir (şekil 13). Buna göre en düşük gerilme çapraz takviye (ÇT) edilmiş kamalı modelde ortaya çıkmıştır. Bunu sırası ile; çapraz takviyeli pimli model, tek yönlü takviye (TYT) edilmiş kamalı model ve tek yönlü takviye (TYT) edilmiş pimli model izlemektedir. Bu durum hemen hemen bütün açı ve E_1/E_2 değerleri

için değişmemiştir. Özellikle düşük E_1/E_2 oranına sahip malzemelerde bu sonuç daha da açık bir şekilde görülmektedir.

Ayrıca çelik malzeme için kamalı ve pimli modellerde sırası ile; 187 ve 207 MPa'lık eşdeğer gerilmeler elde edilmiştir.

5. KAYNAKÇA

- [1] Glodez, S., Pehan, S., Flaker, J., " Experimental Results of Fatigue Crack Growth in a Gear Tooth Root ", Int. J. Fatigue, Vol. 20, No. 9, pp. 669-675, 1998.
- [2] Pehan, S., Glodez, S., Flaker, J., Hellen, T. K., " Numerical Methods for Determining Stress Intensity Factors vs Crack Depth in Gear Tooth Roots ", Int. J. Fatigue, Vol. 19, No. 10, pp. 677-685, 1997.
- [3] Ding, Y., Jones, R., Kuhnell, B., " Numerical Analysis of Subsurface Crack Failure Beneath The Pitch Line of a Gear Tooth During Engagement ", Wear, 185, pp. 141-149, 1995.
- [4] Refaat, M. H., " On The Contact Stress Analysis of Spur Gears Using Variational Inequalities ", Computers&Structures, Vol 57, No. 5, pp. 871-882, 1995.
- [5] Aslantaş, K., Taşgetiren, S., " Diş Dibinde Çatlak Bulunan Bir Düz Dişli İçin Gerilme Yığılma Faktörünün Sonlu Elemanlar Analizi ", II. Makine Malzemesi ve İmalat Teknolojisi Sempozyumu, MAMTEK 2001, Manisa, 7-9 Kasım 2001.
- [6] Özer, H., Günay, D., " Düz Dişlilerde Çatlak İlerleme Yolunun Lineer Elastik Kırılma Mekanik Yaklaşımı İle Belirlenmesi", 5. Uluslar arası Kırılma Konferansı.
- [7] Özek, C., " Dişleri Değiştirilebilen Düz Dişli İmalatının Araştırılması ", Doktora tezi, Fırat Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Elazığ, 2002.
- [8] Akkurt, M., " Makine Elemanları ", 3. cilt, Birsen Yayınevi, İstanbul, 1982.
- [9] Marshek, M.K., Juvinal, C.R., " Fundamental of Machine Components Design ", Second edition, Part, Two, pp. 558, John Wiley & Sons, Canada, 1991.
- [10] Gibson, R.F., " Principles of Composite Material Mechanics ", McGraw-Hill Inc., New York, 1994.