

DİKDÖRTGEN KESİTLİ AÇILI TAKVİYELİ İNCE CİDARLI KOMPOZİT TÜPLERDE BURULMA BURKULMASI

Hamit AKBULUT¹, Gülşah ÖNER², Adnan ÖZEL³

¹Atatürk Üni. Müh. Fak. Makine Böl., 25240-Erzurum/TÜRKİYE, akbuluth@atauni.edu.tr

²Atatürk Üni. Müh. Fak. Makine Böl., 25240-Erzurum/TÜRKİYE, galar@atauni.edu.tr

³Atatürk Üni. Müh. Fak. Makine Böl., 25240-Erzurum/TÜRKİYE, aozel@atauni.edu.tr

Özet

Bu çalışmada, tabakalı kompozit malzemeden yapılmış burulmaya maruz ince cidarlı dikdörtgen kesitli tüplerin burulma burkulması incelenmiştir. Kompozit dikdörtgen kesitli tüplerin kritik burkulma yükleri ANSYS paket program kullanılarak bulunmuştur. Model, simetrik, açılı takviyeli ve 8 tabaklı olarak kabul edilmiştir. Bu çalışmada, tüpün uzunluğunun, takviye açısının, kesit boyutlarının kritik burulma burkulma yükü üzerine etkileri araştırılmıştır. Çalışmanın sonuçları grafikler halinde verilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Burulma burkulması ,Tabakalı kompozitler, İnce cidarlı tüpler, Sonlu elemanlar

Abstract

In this study, torsional buckling analysis of a thin-walled tube made of laminated composite materials is carried out. Critical buckling loads of the tube with rectangular cross-section are computed by using ANSYS. The walls of the tube are of symmetric and angle-ply eight layer. In the study, the effects of the length of the tube, orientation angle and the dimensions of cross-section on the critical buckling load are examined. The results are given in graphical forms.

Keywords: Torsional buckling ,Laminated composites, Thin-walled tubes, Finite Elements

1. GİRİŞ

Burkulma, makine sistemlerinde ve yapılarda karşılaşılan önemli bir problemdir. Çubuklar aksenal yüklere, levhalar düzlem yüklere, silindirik ve prizmatik tüpler de ya dış basınca veya burulma yüklerine maruz kaldıklarında burkulma problemi ortaya çıkabilir. Uçak kanatları ve bazı tüp şeklindeki mil elemanlar için burkulma önemli bir problemdir. Bu konuda çok fazla çalışma olmamasına rağmen bazı çalışmalara rastlanmaktadır. Schwerin'in burulmaya maruz ince-duvarlı silindirlerin burkulma analizi ile ilgili yaptığı çalışma en eski çalışma olarak bilinmektedir [1].

Dongyao Tan, Klasik kabuk teorisi ve 1.mertebe kayma deformasyon kabuk teorilerine dayalı iki model kullanarak burulma burkulma yüklerini inceledi [2].

Renjie Mao ve arkadaşları, karışık sınır şartlı, çapraz takviyeli ve burulma yüküne maruz tabakalı silindirik bir kabuğun burkulma analizi için yeni ve etkili bir metot geliştirdi [3-4].

Chen ve Wierzbicki yaptığı çalışmada, büyük burulma açısına maruz ince cidarlı prizmatik bir tüpün burulma davranışı için teorik bir çözüm ileri sürdüler [5-6]. Tong ve Zhang, ince cidarlı tüplerin burulma burkulmalarını değişik teorilerle analiz ederek aralarındaki farkları araştırdılar [7-8].

Walker ve arkadaşları simetrik tabakalı kabukların çok amaçlı dizaynı üzerinde çalışarak eksenel ve burulma burkulma yükünün maksimizasyonunu araştırdı. Çalışmada optimizasyon değişkeni olarak takviye açısı kullanıldı [9].

Shokrieh ve arkadaşları burulmaya maruz, içi boş bir milin burulma stabilitesini Sonlu Elemanlar metodu kullanarak araştırdılar [10]. Elde edilen sonuçlar deneysel sonuçlarla karşılaştırılmaktadır. Çalışmada, milin lokal ve global burulma dengesizliğinin burulma momenti taşıma kapasitesini sınırladığı dikkate alınmaktadır.

Zamanın doğrusal fonksiyonu olarak değişen burulma yükünün etkisindeki tabakalı silindirik ince plakların burkulma yükü Sofiyev ve arkadaşları tarafından araştırıldı [11]. Kritik burkulma yüküne kalınlık yarıçap oranının tabaka sıralamasının ve sayısının etkisini incelediler. Ayrıca Sofiyev burulmalı dinamik yüklenmiş çapraz takviyeli tabakalı ortotropik kompozit silindirik plakların burulmalı burkulmasının analizini yaptı ve kritik parametreleri araştırdı [12].

Bu çalışmada, tabakalı kompozit malzemeden yapılmış burulmaya maruz ince cidarlı dikdörtgen kesitli tüplerin burulma burkulması incelenmiştir. ANSYS paket programı kullanılarak, uzunluk, takviye açısı ve kesitin kritik burkulma yükün üzerine etkileri araştırılmıştır.

2. MATEMATİKSEL FORMÜLASYON

Kritik burkulma yükünün bulunmasında aşağıdaki denklem kullanılır.

$$[K] - \lambda_i [S] \{\psi\}_i = 0 \quad (1)$$

burada:

[K] = direngenlik matrisini

[S] = gerilme direngenlik matrisini

λ_i = i'inci özdeğerini

ψ_i = i'inci yerdeğiştirme özvektörünü

göstermektedir. Kritik burkulma yükü T_{cr} , aşağıdaki karakteristik denklemle belirlenen en küçük özdeğer λ_i 'e tekabül eder. En küçük özdeğeri bulabilmek için aşağıdaki denklemin çözümü gerekir.

$$Det([K] - \lambda_i [S]) = 0 \quad (2)$$

(2) denkleminin çözümü için çeşitli sayısal çözüm metotları kullanılabilir. Bu çalışmada Block Lanczos metodu kullanılmıştır [13].

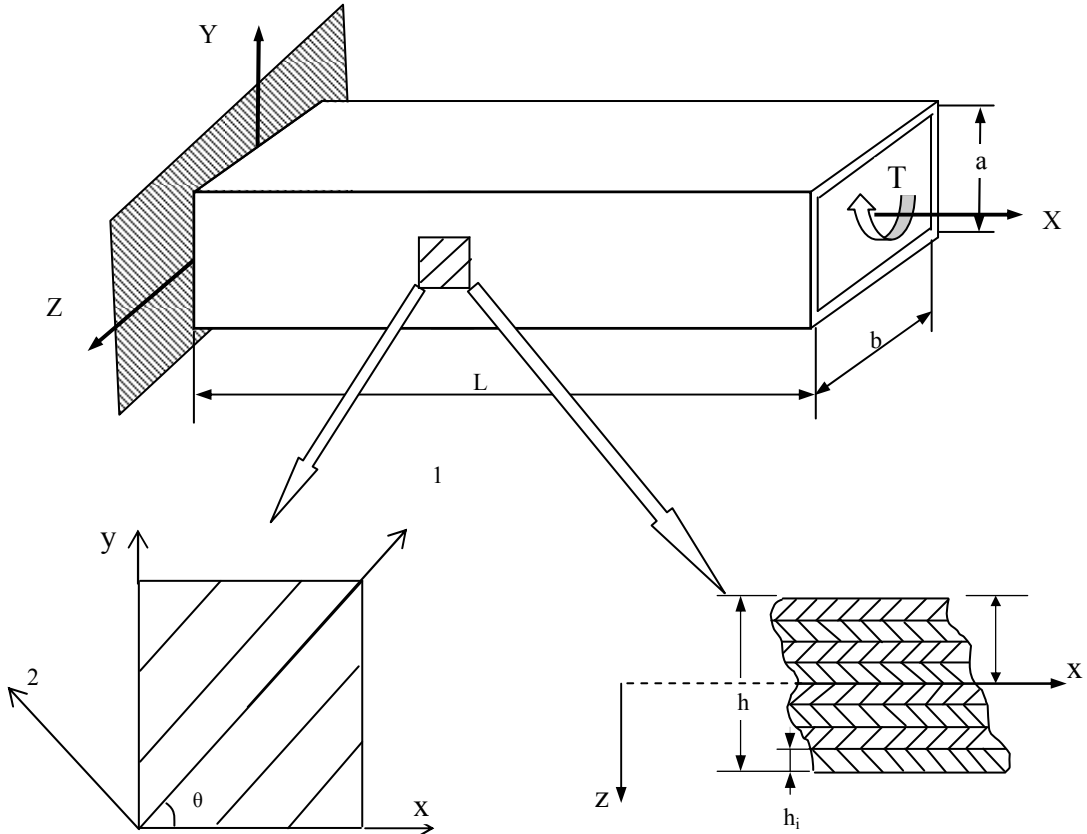
3. PROBLEMİN TANIMLANMASI

Bu çalışmada tabakalı kompozit malzemeden imal edilmiş dikdörtgen tüp kesitli millerin burulmalı burkulması incelenmiştir. Kompozit malzeme olarak Kevlar/Epoksi seçilmiştir. Malzeme özellikleri David Roylance' nin çalışmasından alınmıştır [14]. Malzeme ile ilgili elastik özellikler Tablo 1' de verilmiştir.

Tablo 1. Kevlar/ Epoksi Kompozit Malzemesinin Elastik Özellikleri

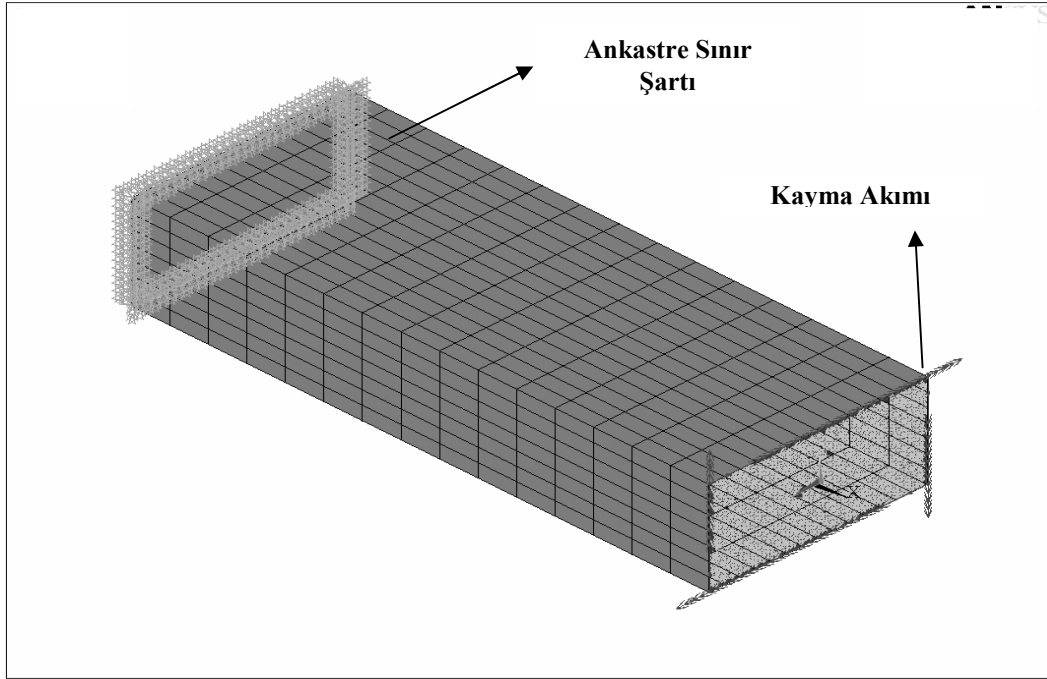
E_1 (GPa)	$E_2=E_3$ (GPa)	G_{12} (GPa)	ν_{12}
80	5,5	2,1	0,31

Geometrik boyutlar Şekil 1' de verilmiştir. Milin uzunluğu $L= 500, 750, 1000$ ve 2000 mm olarak alınmıştır. Cidar kesitinin orta hattı ile sınırlı alan $b \times a=40\ 000\text{mm}^2$ olacak şekilde boyutlar kullanılmıştır. Örnek olarak $b/a=1$ için $a=b=200$ mm' dir. Kesitin burkulma yükü üzerine etkisi incelemek için b/a oranı 1, 2 ve 5 olarak seçilmiştir. Cidar kalınlığı $h= 2$ mm olarak sabit tutularak her bir tabakanın kalınlığı $h_i= 0.25$ mm olmak üzere simetrik 8 tabaka alınmıştır. Tabakalar, açılı takviyeli ve simetrik olmak üzere $[\theta_1 / -\theta_1 / \theta_1 / -\theta_1]_s$ şeklinde düzenlenmiştir. Takviye açısı 0° den başlayarak 90° ye kadar 5° er derece artırılarak çözümler yapılmıştır.



Şekil 1. Tüpün ve Cidarın görünüşleri

Yukarıda verilen malzeme özellikleri ve boyutlar kullanılarak ANSYS paket programında sonlu eleman modelleri oluşturulmuştur. Modellerde Shell 99 eleman tipi kullanılmıştır. Sınır şartı olarak bir uç ankastre olarak alınmış ve burulma yükü serbest uca kayma akımı şeklinde verilmiştir. Sonlu elemanlar modeli, sınır şartları ve yükleme durumu Şekil 2' de gösterilmiştir.



Şekil 2. Tüpün Sonlu Elemanlara Modeli, Sınır Şartları ve Yükün Uygulanması

Çalışmada kurulan modelin uygunluğunu araştırmak için Kaynak [2]' deki malzeme özellikleri ve geometrik boyutlar kullanılarak, ANSYS paket programında aynı model oluşturularak kritik yükler bulunup karşılaştırılmıştır. Tablo 2 de TST Klasik İnce Kabuk Teorisinden ve SDST 1. Dereceden Kayma Deformasyon Kabuk Teorisinden elde edilen sonuçları göstermektedir. Elde edilen sonuçların uyumlu olduğu görülmüştür.

Tablo 2. Dairesel, ince-duvarlı kompozit tüpte kritik burkulma yükleri (Nm)

Kalınlık	Malzeme özellikleri	Kaynak [2]		Model
		TST	SDST	
0.0005m	İzotropik Malzeme	1448.0	1447.1	1460.0
	Açılı [$\theta/-\theta/ \theta/-\theta$]	486.18	485.72	508.1
0.001m	İzotropik Malzeme	6871.1	6861.9	6463.8
	Açılı [$\theta/-\theta/ \theta/-\theta$]	2361.6	2356.8	2434.0
0.002m	İzotropik Malzeme	32816.0	32723.0	29765.2
	Açılı [$\theta/-\theta/ \theta/-\theta$]	11396.0	11341.0	10817.6

4. BULGULAR VE TARTIŞMA

a-) Tabakalı kompozit malzemeden üretilmiş, dikdörtgen kesitli tüplerin, farklı uzunluk, geometri ve takviye açısına bağlı olarak kritik burkulma yükleri incelenmiştir. Şekil 3' de $b/a=1$ için takviye açısına ve uzunluğa bağlı olarak kritik burkulma yükünün değişimi gösterilmiştir. Şekil incelendiğinde; $L=500$ mm için kritik burkulma yükü $\theta=40^\circ$ ye kadar artmakta ve daha sonra hızlı bir şekilde azalmaktadır. En büyük kritik burkulma yükü $\theta=40^\circ$ olup $T_{cr}=2770$ Nm' dir. $L=750$ mm uzunluğu için kritik burkulma yükü $\theta=25^\circ$ 'ye kadar artmakta, $\theta=25^\circ - 55^\circ$ arasında çok fazla değişmemekte ve daha sonra azalmaktadır. En büyük kritik burkulma yükü $T_{cr}=1920$ Nm değerleriyle $\theta=25^\circ$ 'de oluşmaktadır. Uzunluk $L=1000$ mm olduğunda en büyük kritik burkulma yükü $T_{cr}=1730$ KNm, $\theta=20^\circ$ de oluşmaktadır. $L=2000$ mm değerinde,

kritik burkulma yükü $\theta=20^\circ$ 'ye kadar artmakta sonra büyük bir düşüş eğilimi göstermektedir. En büyük kritik burkulma yükü $T_{cr}=1700$ Nm dir.

Sırasıyla $b/a=2$ ve $b/a=5$ oranı için kritik burkulma yükünün uzunluk ve takviye açısına bağlı olarak değişimi Şekil 4 ve Şekil 5'te verilmiştir. Kritik burkulma yüklerinin değerleri değişmesine rağmen, her iki kenar oranı için eğrilerin karakteristiği $b/a=1$ 'deki eğrilerin karakteristiğine benzemektedir. En büyük kritik burkulma yükü $b/a=2$ için; $L=500$ mm için $\theta=35^\circ$ 'te $T_{cr}=1860$ Nm, $L=750$ mm için $\theta=30^\circ$ 'de $T_{cr}=1405$ Nm, $L=1000$ mm için $\theta=25^\circ$ 'te $T_{cr}=1268$ Nm ve son olarak $L=2000$ mm için $\theta=25^\circ$ 'te $T_{cr}=1230$ Nm' dir. $b/a=5$ için ise en büyük kritik burkulma yükleri; $L=500$ mm için $\theta=35^\circ$ 'te $T_{cr}=904$ Nm, $L=750$ mm için $\theta=35^\circ$ 'de $T_{cr}=683$ Nm, $L=1000$ mm için $\theta=25^\circ$ 'te $T_{cr}=582$ Nm ve son olarak $L=2000$ mm için $\theta=25^\circ$ 'te $T_{cr}=5480$ Nm olmaktadır.

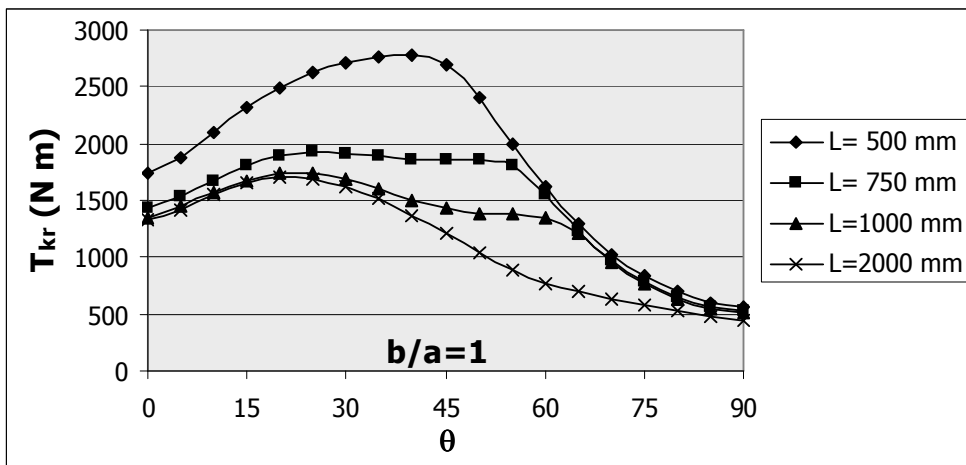
Bütün kenar oranları için $\theta=35^\circ$ 'ye kadar uzunluk 500 mm' den 750 mm ye çıktığında kritik burkulma yükleri büyük bir farklılık gösterirken, uzunluk 750 mm den 1000 mm' ye, 1000 mm den 2000 mm' ye çıktığında kritik burkulma yüklerin arasında büyük farklılık olmamaktadır. $\theta=65^\circ$ 'den itibaren $L=500-750-1000$ mm uzunluklardaki kritik burkulma yükü değeri birbirine yaklaşıyor, bu yakınlaşma $L=2000$ mm uzunluk için $\theta=80^\circ$ 'den itibaren başlamaktadır.

b-) Uzunluklar sabit alınıp, kenar oranına ve takviye açısına bağlı olarak kritik burkulma yüklerinin değişimi Şekil 6-7-8 ve 9 verilmiştir. $L=500$ mm ile $L=2000$ mm ve $L=750$ mm ile $L=1000$ mm' deki kritik burkulma yüklerinin değişimleri birbirlerine benzemektedir. $L=500$ mm ve 2000 mm için verilen grafikler incelendiğinde takviye açısı arttıkça en büyük kritik burkulma yüküne kadar kritik burkulma yükleri düzgün bir artış, bu değerden sonra düzgün bir düşüş göstermektedir. $L=750$ mm ve 1000 mm için $\theta=20^\circ-60^\circ$ aralığında kritik burkulma yüklerinde fazla bir değişim olmamaktadır.

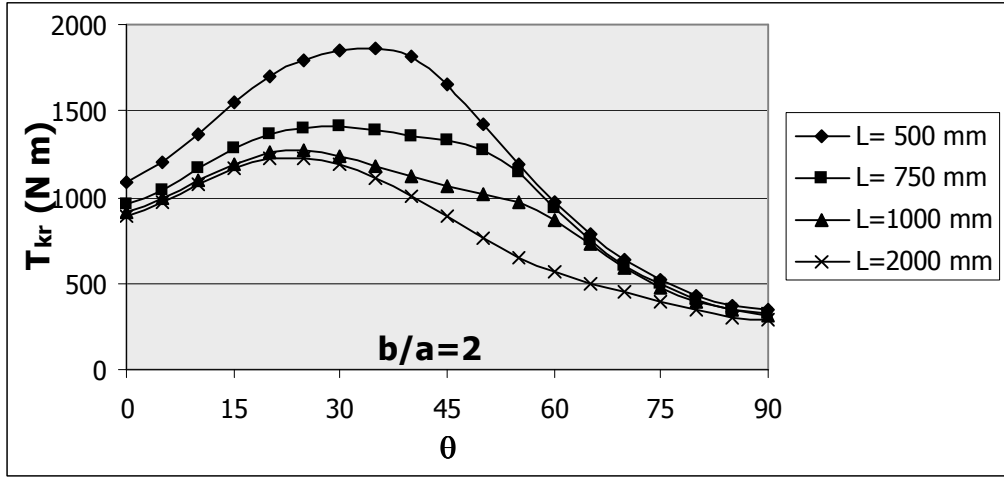
Aynı uzunluk için kenar oranı büyüdükçe kritik burkulma yükü önemli ölçüde azalmaktadır. Örnek olarak $L=500$ mm' de kenar oranı $b/a=1$ ' den 2' ye çıktığında $\theta=35^\circ$ için kritik burkulma yükü % 33, kenar oranı $b/a=2$ ' den 5' e çıktığında ise kritik burkulma yükü % 52 oranında azalmaktadır. Bu da kenar oranının uzunluktan daha etkili olduğunu göstermektedir.

Kenar oranı $b/a=5$ olduğunda takviye açısının değişimi kritik burkulma yükünü çok fazla etkilemediği gözlenmiştir. Ayrıca tüm şekiller göz önüne alındığında takviye açısı en fazla $L=500$ mm' de etkin olduğu saptanmıştır.

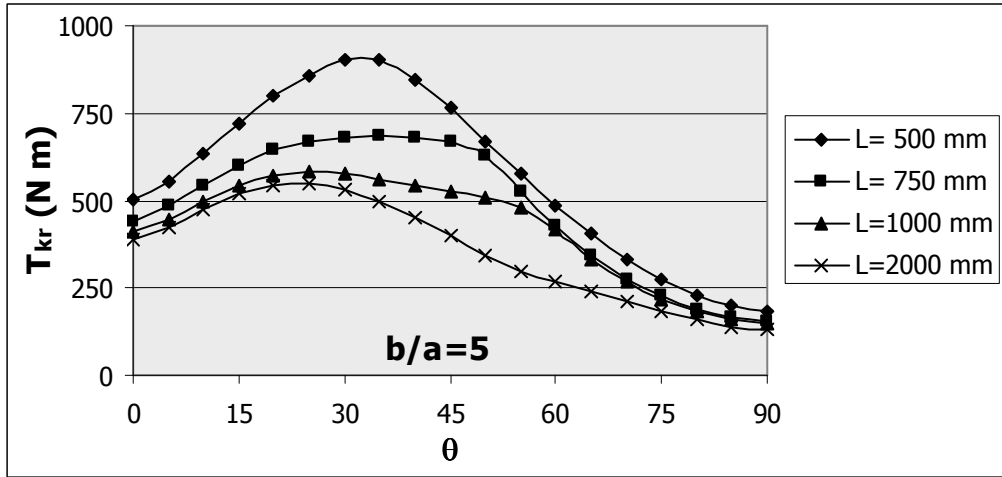
Bu çalışmanın sonucunda kritik burkulma yükünün takviye açısı, uzunluk ve kenar oranına bağlı olarak çok farklı değerler aldığı (2770 Nm' den 170 Nm'ye yaklaşık 16 kat) tesbit edilmiştir.



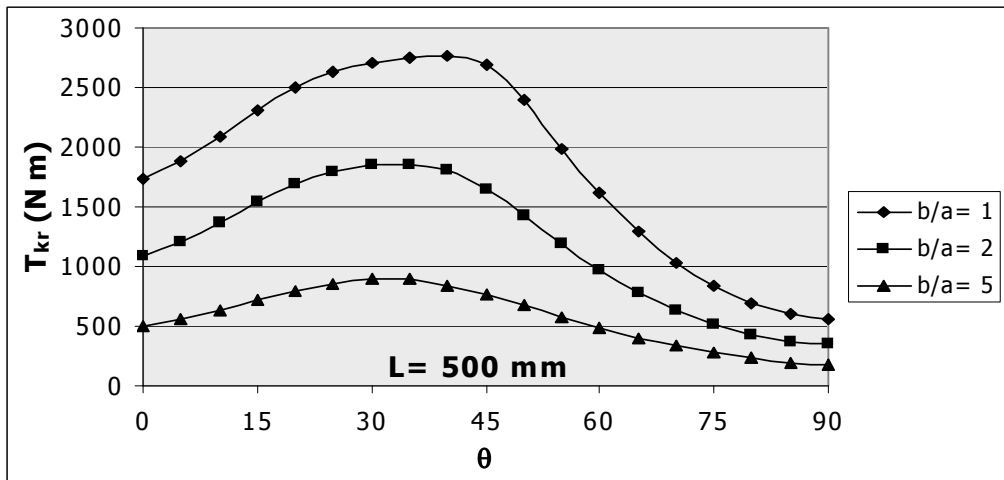
Şekil 3. $b/a=1$ için Uzunluk ve Takviye Açısına Göre Kritik Burkulma Yükleri



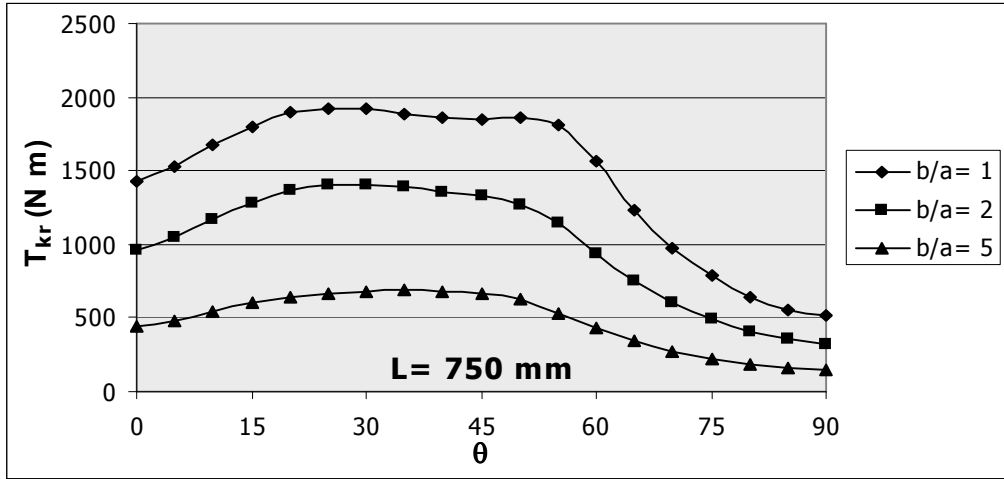
Şekil 4. $b/a=2$ İçin Uzunluk ve Takviye Açısına Göre Kritik Burkulma Yükleri



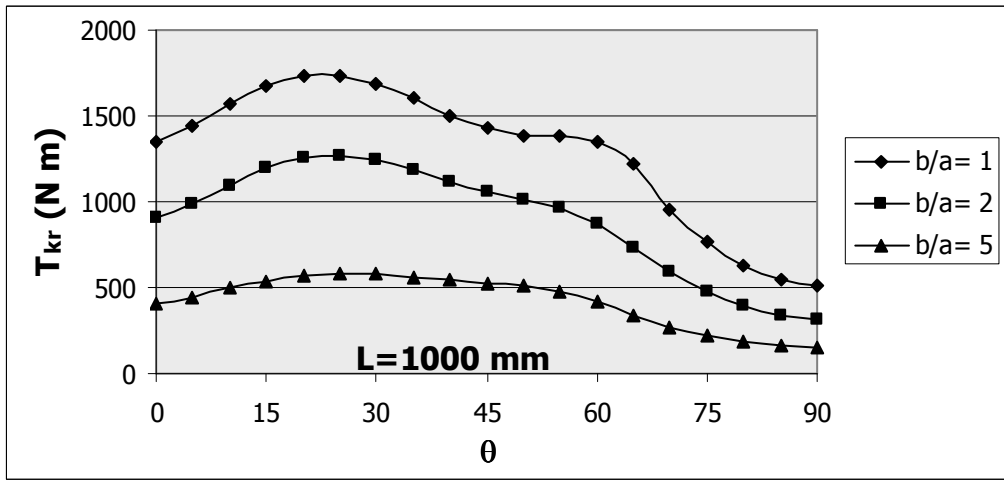
Şekil 5. $b/a=5$ İçin Uzunluk ve Takviye Açısına Göre Kritik Burkulma Yükleri



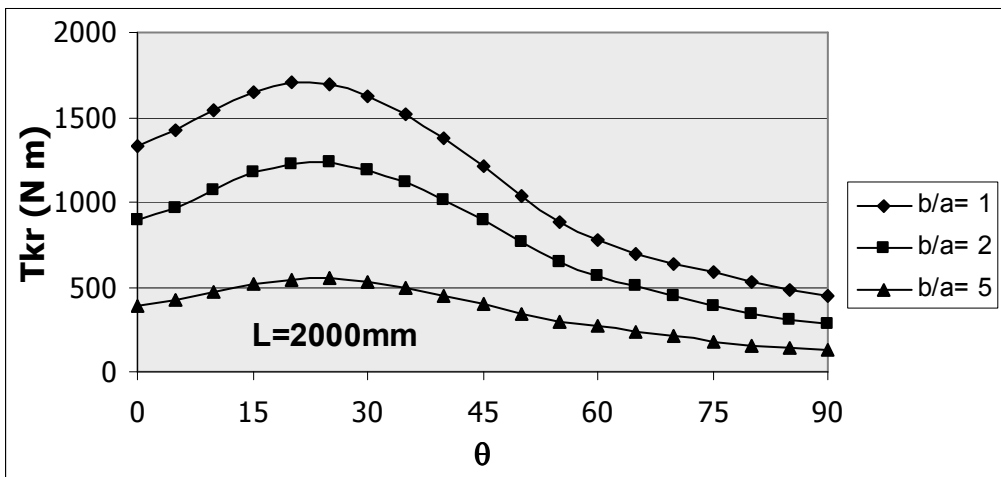
Şekil 6. $L= 500$ mm İçin Kesite ve Takviye Açısına Göre İçin Kritik Burkulma Yükleri



Şekil 7. L= 750 mm İçin Kesite ve Takviye Açısına Göre İçin Kritik Burkulma Yükleri



Şekil 8. L= 1000 mm İçin Kesite ve Takviye Açısına Göre İçin Kritik Burkulma Yükleri



Şekil 9. L= 2000 mm İçin Kesite ve Takviye Açısına Göre İçin Kritik Burkulma Yükleri

5. SONUÇLAR

En büyük kritik burkulma yükleri $\theta=20^\circ$ ile 40° arasında oluşmaktadır. Uzunluğun artmasıyla kritik burkulma düşmekte, fakat uzunluk takviye açısı ve kenar oranı kadar etkili olmamaktadır. Takviye açısı burkulmaya dayanım açısından çok etkilidir. En ideal kenar oranı $b/a=1$ 'dir. Kenar oranı ve uzunluk büyüdükçe takviye açısının etkisi azalmaktadır.

6. KAYNAKÇA

- [1] Schwerin E. "Torsional stability of thin-walled tubes". In: Proceedings of the First International Congress for Applied Mechanics, p. 255-65, 1924, Delf, The Netherlands.
- [2] Dongyao T., "Torsional buckling analysis of thin and thick shells of revolution", International Journal of Solids and Structures, 37, 3055-3078, 2000.
- [3] Mao R., Lu C. H., Buckling analysis of laminated cylindrical shell under torsion subjected to mixed boundary conditions, International Journal of Solids and Structures, 36, 3821-3835, 1999.
- [4] Mao R., Lu G., A study of elastic-plastic buckling of cylindrical shells under torsion, Thin-Walled Structures, 40, 1051-1071, 2002.
- [5] Chen W., Tomasz W., Torsional collapse of thin-walled prismatic columns, 36, 181-196.
- [6] Chen W., Tomasz W., Ottmar B., Kare K., Torsional crushing of foam-filled thin-walled square columns, 43, 2297-2317, 2001.
- [7] Tong G., and Zhang L., A General Theory for the Flexural-Torsional Buckling of Thin-Walled Members I: Energy Method. Advances in Structural Engineering, 6(4), 293-298, 2003(a).
- [8] Tong G., and Zhang L., A General Theory for the Flexural-Torsional Buckling of Thin-Walled Members I: Fictitious Load Method. Advances in Structural Engineering, 6(4), 299-308, 2003(b).
- [9] Walker M., Reis T., and Adalı S. "Multiobjective Design of Laminated Cylindrical Shells for Maximum Torsional and Axial Buckling Loads", Computers & Structures, 62, 237-242, 1997.
- [10] Shokrieh M.M., Hasani A. and Lessard L.B., "Shear Buckling of a Composite Drive Shaft Under Torsion" Composite Structures, 64, pp. 63-69, 2004.
- [11] Sofiyev A. H., Zerín Z. and Türkmen M., "The Buckling of Laminated Cylindrical Thin Shells under Torsion Varying as a Linear Function Time", Turkish J. Eng. Env. Sci., 27, 237-245, 2003.
- [12] Sofiyev A. H., "Torsional Buckling of Cross-Ply Laminated Orthotropic Composite Cylindrical Shells Subject to Dynamic Loading", European J. of Mech. A/Solids., 22, 943-951, 2003.
- [13] ANSYS Inc. Theory Reference
- [14] Roylance D., "Laminated Composite Plates", MIT, Cambridge, MA 02139, February 10, 2000.