

ORTASINDA ELİPS DELİK BULUNAN ANKASTRE KİRİŞİN TEK EKSENLİ YÜKLEMEDE GERİLME YIĞILMASI FAKTÖRÜNÜN ANALİZİ

Tamer ÖZBEN*, Murat Yavuz SOLMAZ**

*tamoz@dicle.edu.tr Dicle Üniversitesi Makine Mühendisliği Bölümü, 21280-Diyarbakır

**mysolmaz@firat.edu.tr Fırat Üniversitesi Makine Mühendisliği Bölümü, 23119-Elazığ

ÖZET

Bu çalışmada ortasında elips delik bulunan ankastre mesnetli kirişin tek eksenli gerilme altında gerilme yığılması faktörü (K_I) araştırılmıştır. Farklı çekme yükü gerilmesine maruz kalan kirişler için K_I 'in değişimi analitik ve sonlu elemanlar metodu kullanılarak elde edilmiştir. Ayrıca elipsin büyük kenarı uzunluğu (a) ile ve küçük kenar uzunluğunun (b) farklı oranları için ($b/a= 0.25, 0.35, 0.50$), ve plaka kiriş eksenine göre elipsin farklı açılar için ($\theta=0^0, 15^0, 30^0, 45^0$ ve 90^0) K_I değerleri bulunmuştur. Maksimum gerilme değerlerinin yanı sıra söz konusu şartlar için plaka üzerindeki gerilme alanı dağılımı elde edilmiş ve sonuçlar karşılaştırılmıştır.

Anahtar Sözcükler: Gerilme yığılması faktörü, sonlu elemanlar metodu, ortası elips delikli plaka

ABSTRACT

In this study, stress intensity factor (K_I) was investigated of under uniaxial loading and clamped beam with single center ellipse hole. Exposed to different tensile stress load for beams K_I values change was obtained by using finite element method and analytically. Moreover, the ellipse major edge length (a) and the smaller side length (b) different rates for the ($b/a=0.25, 0.35, 0.50$), and according to plate axis different inclination of the ellipse hole ($\theta = 0^0, 15^0, 30^0, 45^0$ and 90^0), K_I values were found. In addition to the maximum stress values for the same conditions of stress field distribution on the plate were obtained and the results compared.

Keywords: stress intensity factor, finite element method, center ellipse hole plate

1. GİRİŞ

Makine elemanları içerisindeki mikro çatlaklar her zaman var olmaktadır. Elastik sınırlar içerisinde kalınarak, geliştirilen analitik ifadeler Lineer Elastik Kırılma Mekaniği (LEKM) adı altında incelenir. Griffith [1] ve Irwin [2] 1920 lerin başlarında kırılma olayını, çatlağın büyümesini ve malzemede dayanım azalmasına yol açmasını enerji yöntemi ile açıklamaya çalışmıştır. Gerilmelerin, özellikle süreksizliği bozan bölgelerde, çentik etkisi oluşmakta ve gerilme yığılması meydana gelmektedir. Plakanın çekme gerilmesine (σ_x) maruz bırakılması ve x-yönünde (θ) açısı yapan eliptik bir delik etrafında meydana gelen gerilme (σ_{max}) ve gerileme yığılması faktörü (K_I) in elde edilmesi amaçlanmıştır. Bouchard ve ark. çalışmalarında çatlak ilerlemesini sayısal tekniklerle hesaplanmasını doğruluğunu göstermişlerdir [3]. Schuller [4], çalışmasında Ansys sonlu elemanlar paket programında kullanılan elemanlar ile çatlak ilerlemesi hesabının doğru şekilde elde edilebileceğini göstermiş, ancak bu elemanların belirli geometrilerle sınırlı olduğunu ileri sürmüştür. Shah, farklı malzemeler kullanarak gerçekleştirdiği bir çalışmasında biomaterial ve monolitik malzemelerin kırılma davranışlarının farklı olduğunu göstermiştir [5]. Bouiadjra, iki çatlak bölgesinin var olduğunu ve çatlak eğiminin değişimini arttırdığında iki bölgenin birleştiğini ileri sürmüştür [6]. Partheepan ve ark. literatürlerde farklı malzemelerin kırılma tokluğunun hesaplanması ile ilgili yapılan çalışmalar ile neural network sonuçlarını karşılaştırmış ve %1 lere yakın hata payı ile yakın değerler elde ettiğini ileri sürmüştür. Dirikolu ve ark. gerilme yoğunluğu faktörünü farklı geometrilere sahip plakalar için incelemiş ve sonlu elemanlarla uygun sonuçlar elde edilebileceğini göstermiştir [8]. Pilkey ve ark. çatlak eğiminin artışı ile çatlak alanı boyunca çatlak yayılımının attığını ileri sürmüştür [9]. Noroozi ve ark. uygulanan bir gerilme yükünden sonra gerilme yoğunluğu faktörünün, ana çatlak oluşumunun yanı sıra çatlak ucundaki kalıntı gerilmeleri incelemişlerdir [10].

Bu çalışmada ise, çekme gerilmesine (σ_x) maruz bir plakanın x-ekseni ile (θ) açısı yapan eliptik delik etrafında meydana gelen maksimum gerilmenin (σ_{max}) ve gerileme yığılması faktörünün (K_I) elde edilmesi amaçlanmıştır.

2. ANALİTİK ÇÖZÜM

Genişliği H, uzunluğu L olan bir plaka üzerinde büyük kenar uzunluğu 2a ve küçük kenar uzunluğu 2b olan bir elips delik olduğunu düşünebiliriz. A ve B noktaları ise sırasıyla küçük ve büyük yarıçaplı elips kenarlarını gösterebilir. Bu durumda gerilme şartları Inglis [1] tarafından aşağıdaki gibi elde edilmiştir:

$$\sigma_A = \frac{(\sigma_1 + \sigma_2) \sinh 2\alpha + (\sigma_2 - \sigma_1)(1 - e^{2\alpha})}{\cosh 2\alpha - 1} \quad (1)$$

$$\sigma_B = \frac{(\sigma_1 + \sigma_2) \sinh 2\alpha + (\sigma_2 - \sigma_1)(1 + e^{2\alpha})}{\cosh 2\alpha + 1} \quad (2)$$

$$\cosh \alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2 - b^2}} \text{ ve } \sinh \alpha = \frac{b}{\sqrt{a^2 - b^2}} \quad (3)$$

olduğu dikkate alındığında (1) ve (2) denklemleri,

$$\sigma_A = \left(1 + \frac{2a}{b}\right)\sigma_1 - \sigma_2 \quad \text{ve} \quad \sigma_B = \left(1 + \frac{2b}{a}\right)\sigma_2 - \sigma_1 \quad (4)$$

şeklinde yazılabilir.

Bu çalışmada tek eksenli gerilme söz konusu olduğundan referans gerilmesi olarak σ_2 alınarak, gerilme yığılması faktörü,

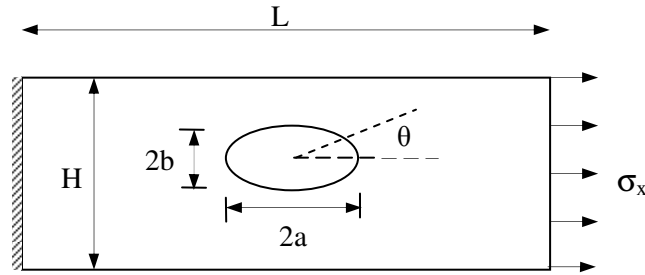
$$K_{IA} = \left(1 + \frac{2a}{b}\right)\frac{\sigma_1}{\sigma_2} - 1 \quad \text{ve} \quad K_{IB} = \left(1 + \frac{2b}{a}\right) - \frac{\sigma_1}{\sigma_2} \quad (5)$$

olarak yazılabilir.

Plakanın serbest ucundan x-yönünde uygulanan gerilme $\sigma_x = \sigma_2$, ($\sigma_1 = 0$), elips deliğin büyük kenarını x eksenine göre yaptığı açı θ , ve $b/a = n$ olduğu dikkate alınarak eşitlik yeniden düzenlenirse [9];

$$\sigma_\theta = \sigma_2 \frac{2n + \frac{1}{2}(1 - n^2) - \frac{1}{2}(1 + n^2)(\cos 2\theta - \sqrt{3} \sin 2\theta)}{1 + n^2 - (1 - n^2) \cos 2\theta} \quad (6)$$

elde edilir.



Şekil 1. Ortasında elips delik bulunan tek eksenli yüklenmiş plaka boyutları ve sınır şartları.

Plaka, çelik malzemeden olup elastiklik modülü $E=200$ GPa ve poisson oranı $\nu=0.32$ seçilmiştir. Plakanın uzunluğu, $L=100$ mm, genişliği, $H=50$ mm olarak kabul edilmiştir. Elipsin büyük kenarının uzunluğu ($a=10$ mm), kısa kenarları ise farklı boyutları için ($b=2.5, 3.5$ ve 5 mm) analiz gerçekleştirilmiştir (Şekil 1).

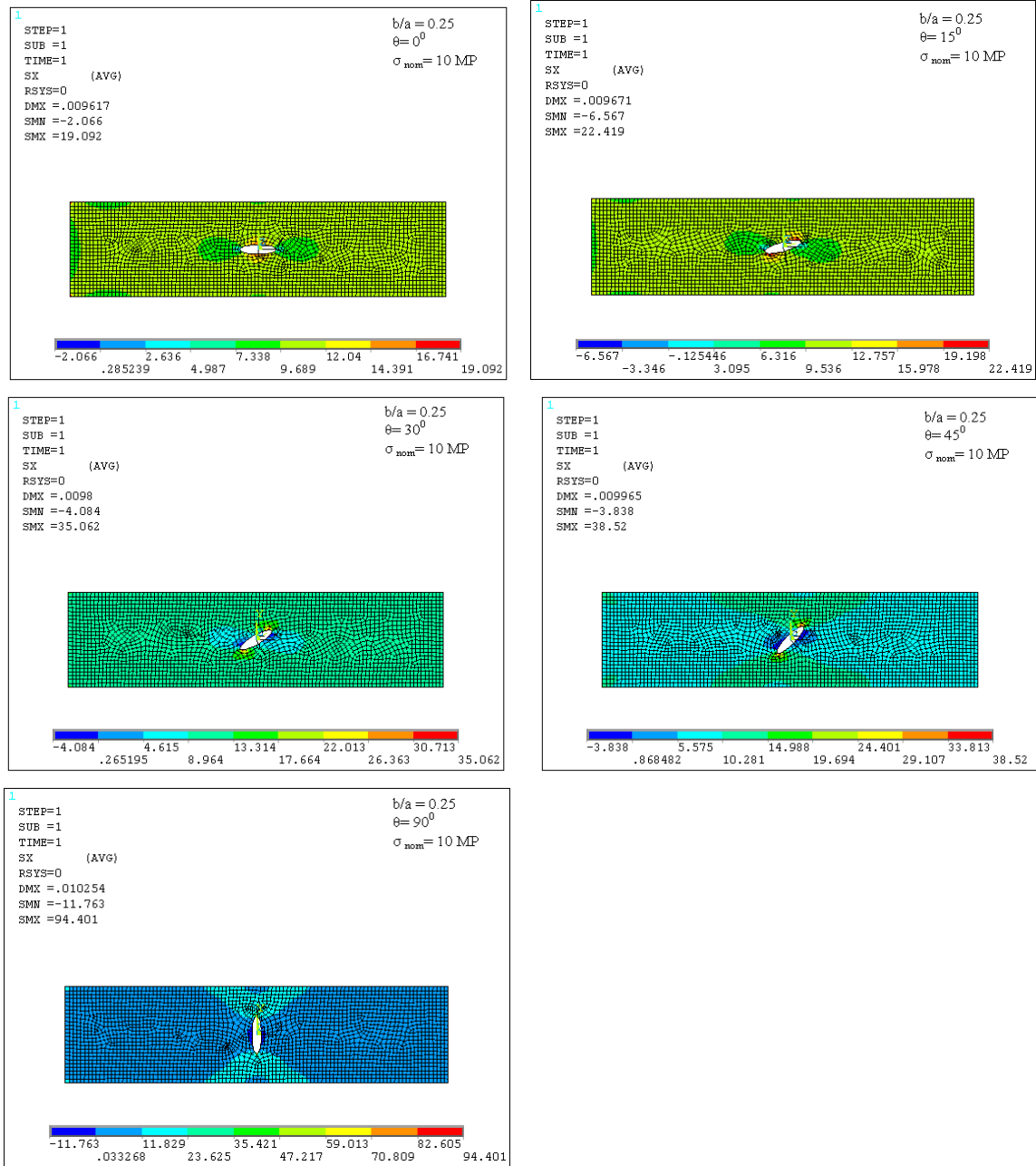
3. SONLU ELEMANLAR METODUNUN UYGULANMASI VE SONUÇLAR

Sonlu eleman analizinde [10,11,12] 7792 düğüm ve 2506 eleman (1×1 mm boyutlarında 8 düğümlü Plane82) kullanılmıştır. Ortasında elips delik bulunan, üniform çekme yükü uygulanmış plakadaki gerilme yığılması faktörü (K_I), düzlem genleme (plain strain) durumuna göre hesaplanmıştır. Plakanın ortasında bulunan elips deliğin, plakanın x-eksenine göre (Şekil 1) farklı açılar ($\theta=0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ$ ve 90°) ve farklı çekme gerilmeleri için ($\sigma_x = 10, 20$ ve 30 MPa) K_I değerleri her analitik ve sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak elde edilmiş ve sonuçlar karşılaştırılmıştır.

Şekil 2 de elipsin kenarlarının $n=0.25$ ve $\sigma_x=10$ MPa yüklemde ve elips deliğin $\theta=0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ$ ve 90° eğimli açıları için gerilme dağılımı ve değerleri gösterilmiştir. Plakanın

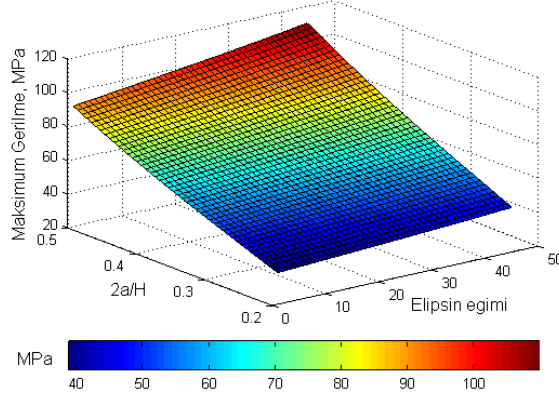
ortasında yer alan elips deliğin x-eksenine göre eğimi arttıkça, plakada elips kenarında meydana gelen maksimum gerilme değeri artmıştır, bu değer $\theta=90^0$ için 94.401 MPa olarak elde edilmiştir. Ancak gerilme dağılımı dikkate alındığında plaka yüzeyinde en büyük alan $\theta=45^0$ için elde edilmiştir.

Şekil 3, elips deliğin büyük kenar uzunluğu (2a) nın plaka genişliğine (H) bağlı olarak, elipsin eğiminin değişim grafiğini göstermektedir. Elipsin eğiminin (θ) artması ile maksimum gerilmede lineer bir artış söz konusudur. Ancak elipsin uzun kenarının büyümesi plakada meydana gelen maksimum gerilmenin artmasında çok daha fazla etkili olmuştur.

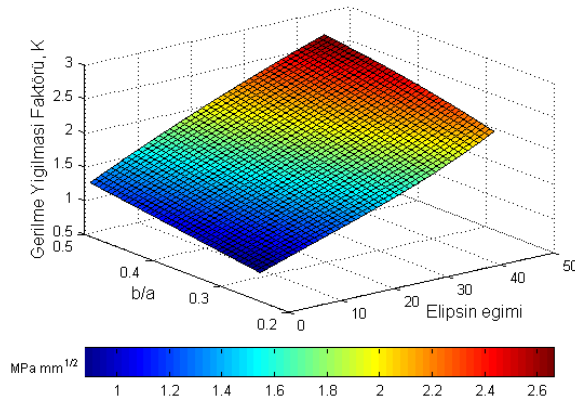


Şekil 2. Plakanın x-eksenine ve elipsin farklı eğimlerine göre eğimleri göre gerilme dağılımı.

Şekil 4; farklı b/a değerleri ve elipsin eğiminin gerilme yığılması faktörüne göre değişimini göstermektedir. Elipsin eğimi (θ) arttıkça gerilme yığılması faktörü (K_I) de lineer bir artış elde edilmiştir. Ancak elipsin kısa kenarının (b) büyümesi ile yani n artması ile (K_I) in artışı daha yüksek olmuştur.



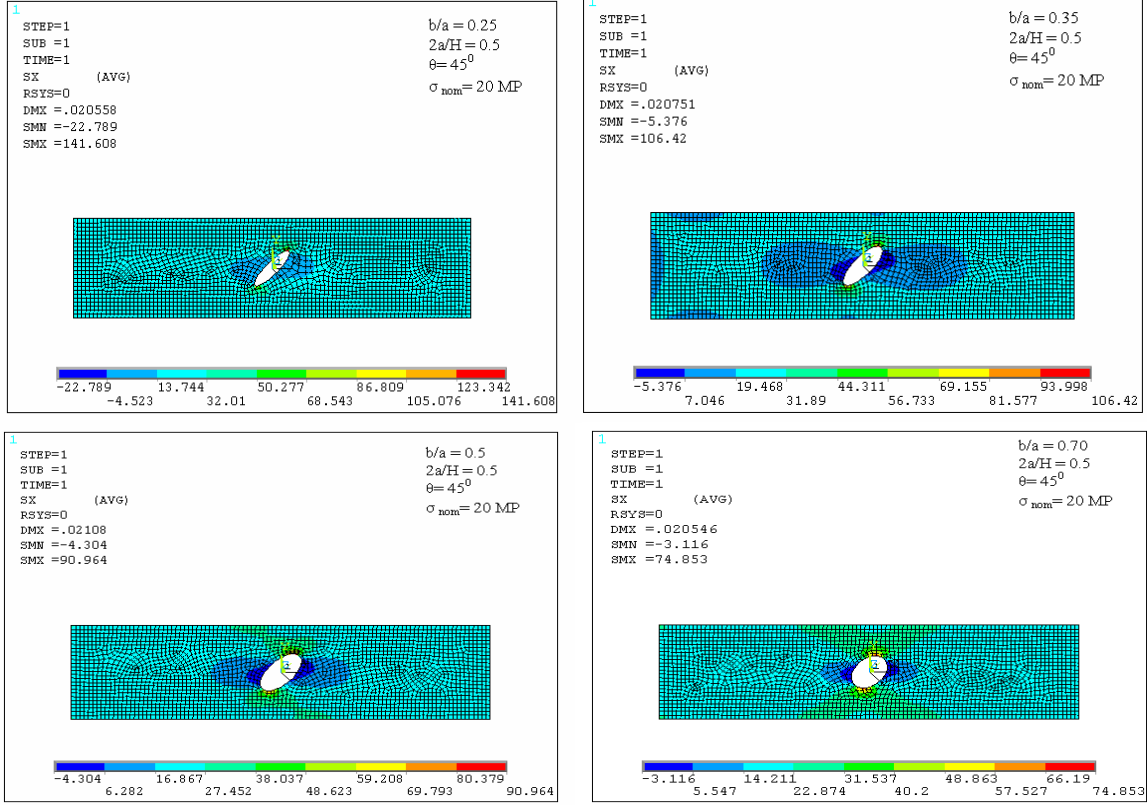
Şekil 3. Farklı 2a/H oranı ve elipsin eğimi için plakadaki gerilme değişimi.



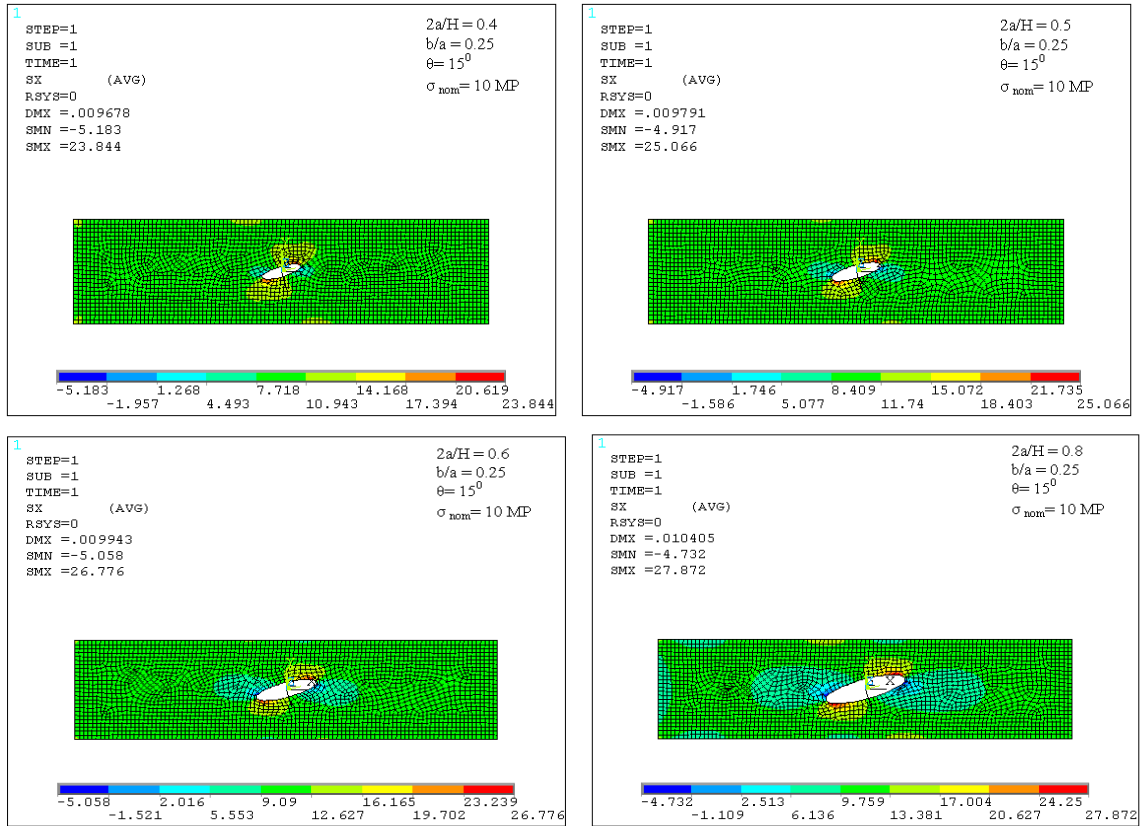
Şekil 4. Farklı b/a oranı ve elipsin eğimi için plakadaki gerilme yığılması faktörü.

Şekil 5; $\theta=45^\circ$, $2a/H$, $\sigma_x=20$ MPa ve farklı n değerleri için Ansys de elde edilen gerilme değerlerini ve plaka üzerindeki gerilme alan dağılımını göstermektedir. n değeri büyüdükçe elips deliğin kenarındaki maksimum gerilme değeri azalmıştır. Ancak plaka üzerindeki gerilme alanı dağılımının en büyük olduğu $n=0.35$ değeri için elde edilmiştir. n oranı iki katına çıkarıldığında, delik kenarındaki elde edilen maksimum gerilme %50 azalmıştır.

Şekil 6; $\theta=15^\circ$, $\sigma_x=10$ MPa $n=0.25$ ve farklı $2a/H$ değerleri için Ansys de elde edilen gerilme değerlerini ve plaka üzerindeki gerilme alan dağılımını göstermektedir. $2a/H$ oranının artışı ile söz konusu şartlarda elips kenarında meydana gelen maksimum gerilmedeki artış çok yüksek elde edilmemiştir. Örneğin, bu oranın artışı iki katına çıkarıldığı halde, gerilme artışı yaklaşık %17 olmuştur.



Şekil 5. Farklı n değeri için maksimum gerilme değerleri (σ_x).



Şekil 6. Farklı $2a/H$ oranları için maksimum gerilme değeri (σ_x).

4. SONUÇLAR

Elips deliğin plaka üzerinde uygulanan yük eksenine göre eğiminin artması ile elips küçük yarıçapının bulunduğu delik kenarında maksimum gerilme değeri (σ_x) ve gerilme yığılma faktörü (K_I) artmaktadır.

Elips deliğinin çekme yük eksenine dik olduğu yönde yer alan delik bir elips ($\theta=90^0$) plaka elips kenarında meydana gelen gerilmenin maksimum olduğu geometridir. Ancak plaka üzerinde en büyük gerilme dağılımı alanı ($\theta=45^0$) delik yönlenmesinde elde edilmiştir.

Elips deliğinin büyük yarıçapındaki boyunun artışın gerilme değerlerinin artışına olan etkisi delik eğiminin etkisine göre daha fazladır. $n = 0.25$ ile 0.70 oranları arasında maksimum gerilme değerleri arasındaki fark % 100'lere yaklaşmaktadır.

$2a/H$ oranının artışı ile elips kenarında meydana gelen maksimum gerilme değeri ve plaka yüzeyindeki gerilme alan dağılımını önemli ölçüde bir değişikliğe yol açmamıştır

5. KAYNAKLAR

[1] GRIFFITH, A. A., The Phenomena of Rupture and Flow in Solids, **Philos. Trans., R. Soc. Lond., Ser. A.**, Vol. 221, (1920).

[2] IRWIN, G. R., Fracture Dynamics, **Fracture of Metals**, ASM, pp. 147-166, (1948).

[3] BOUCHARD, O., BAY, F. ve CHASTEL, Y., Numerical modelling of crack propagation: automatic remeshing and comparison of different criteria, **Computational Method Applied Mechanical Engineering**, 192, 3887–3908, (2003).

[4] SCHULLER, T. ve LAUKE, B., Finite-element simulation of interfacial crack propagation: Methods and tools for the complete failure process under large scale yielding **Engineering Fracture Mechanics**, 73, 2252–2263, (2006).

[5] SHAH, Q.H., AZRAM, M. ve ILIYAS, M.H., Predicting the Crack Initiation Fracture Toughness for a Crack Along The Bimaterials Interface, **Journal of Applied Science**, 5, 253-256, (2005).

[6] BOUIADJRA, B. BENGUEDIAB, M. ELMEGUENNI, M. BELHOUARI, M. SERIER, ve AZIZ, B. M. N. Analysis of the effect of micro-crack on the plastic strain ahead of main crack in aluminium alloy 2024 T3 B, **Computational Materials Science**, 42, 100–106, (2008).

[7] PARTHEEPAN, G., SEHGAL, D.K.VE PANDEY, R.K., Fracture toughness evaluation using miniature specimen test and neural network, **Computational Material Science**, 44, 523–530, (2008).

[8] DIRIKOLU, M. H., AKTAS, A., Analytical and finite element comparisons of stress intensity factors of composite materials, **Composite Structures**, 50, 99-102, (2000).

- [9] PILKEY W.D., PILKEY D.F., **Peterson's Stress Concentration Factors**, 3rd. ed, John Wiley & Sons, Inc, New York, (2008).
- [10] MADENCI, E. VE GÜVEN, İ., **The finite Elementh Method and applications in Engineering Using Ansys**, Springer Science-Buisness Media Inc, (2006).
- [11] NAKASONE, Y. S., YOSHIMOTO, T.A., STOLARSKI, **Engineering Analaysis With ANSYS Software**, Elsevier Publishing, (2006).
- [12] ANSYS User's Manuel (Version 9.0).