

## TIRLAMA TİTREŞİMLERİNDE ANALİTİKSEL SÜREÇ SÖNÜMLEME MODELİ

**Erol TÜRKES**

[eturkes@dpu.edu.tr](mailto:eturkes@dpu.edu.tr) Dumlupınar Üniversitesi, Makine Mühendisliği Bölümü, 43100-Kütahya

### ÖZET

Bu çalışmada, orta ve düşük kesme hızlarındaki tırlama titreşimlerinde meydana gelen Süreç Sönümlenme Oranlarının (SSO) hesabı için yeni bir analitiksel model verilmiştir. Bu model, kesilme açısı ( $\phi$ )'nın değişimi ve takım ucunun dalgalı yüzeye batmasıyla batma kuvvetlerinin değişimi temelinde oluşturulmuştur. Kesme sisteminin dinamik denklemleri, her iki etkenin de hesaba katılarak bulunan SSO' na bağlı olarak ifade edilmiştir. Süreç sönümlenme oranlarının nasıl değiştiği ve ne kadar olduğu da geleneksel Stabilitate Lob Diyagramları (SLD)' nin analitiksel hesaplama prosedürünün tersten çalıştırılmasıyla araştırılmıştır. Geliştirilen matematiksel modelleme, bu çalışmada tornalama operasyonları için teoriksel olarak uygulanmış ve bu hesaplama yaklaşımıyla bulunan sonuçlar deneysel olarak da doğrulanmıştır.

**Anahtar Sözcükler:** Tırlama Titreşimi, Proses Sönümlenme, Analitiksel Model

### ABSTRACT

In this study, an analytical model is developed to predict Process Damping Ratios (PDR) in the chatter vibrations for low cutting speeds in turning. This model is constituted on the basis of the alteration of ( $\phi$ ) cutting angle of the shear tool bit and the alteration of the penetration forces when they penetrate into the wavy surface. Depending on PDR, the dynamic equations of the cutting system are described by advanced mathematical model. Variation and quantity of PDR are predicted by reverse operated analytical calculation procedure of traditional Stability Lobe Diagrams (SLD). Developed mathematical model was performed theoretically for turning operations in this performance and simulation results were verified experimentally by cutting tests.

**Keywords:** Chatter Vibration, Process Damping, Analytical Model

### 1. GİRİŞ

Günümüze kadar yapılan teoriksel ve deneysel çalışmalarla tırlama titreşiminde düşük hızlarda takımın dalgalı yüzeye batmasından dolayı bir süreç sönümlenmesinin meydana geldiği ifade edilmiştir. Ancak, bu sönümlenmenin büyüklüğü ve kararlılığa etkileri tam olarak araştırılmamıştır. Önceki çalışmalarda, süreç sönümlenmelerinin kesici takım ucunun

## SİMGELER TABLOSU

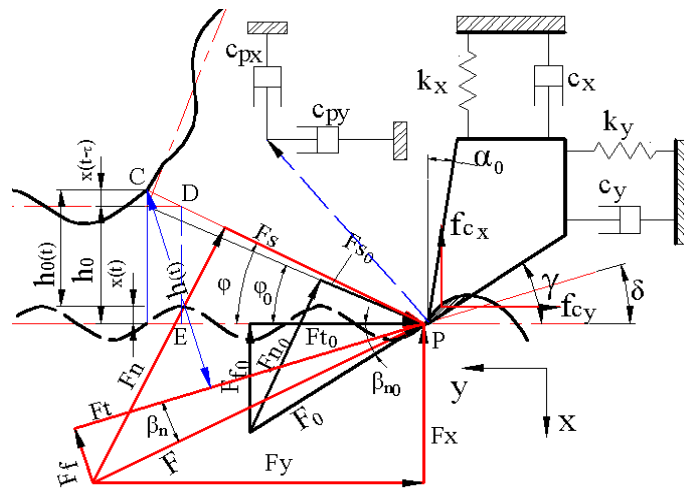
$A_k$	Takımın batma alanı [ $m^2$ ]	$k$	Kesme sistemi rijitliği [ $kg/s^2$ ]
$A_x, A_y$	Takımın $x$ ve $y$ 'deki amplitüdü [ $m$ ]	$l_s$	Kesilme düzlem uzunluğu [ $m$ ]
$C$	Açı sabiti [ $^\circ$ ]	$m_x, m_y$	$x$ ve $y$ 'deki eşdeğer kütleler [ $kg$ ]
$F$	Bileşke kesme kuvveti [ $N$ ]	$n$	Mil hızı [ $dev/dak$ ]
$F_f$	İlerleme kuvveti [ $N$ ]	$t$	Zaman [ $s$ ]
$F_n$	Normal kuvvet [ $N$ ]	$\dot{x}, \dot{y}$	$x$ ve $y$ 'deki hızlar [ $m/s$ ]
$F_s$	Kesilme kuvveti [ $N$ ]	$\ddot{x}, \ddot{y}$	$x$ ve $y$ 'deki ivmeler [ $m/s^2$ ]
$F_t$	Teğetsel kuvvet [ $N$ ]	$\alpha_0$	Talaş açısı [ $^\circ$ ]
$F_x, F_y$	$x$ ve $y$ 'deki kesme kuvvetleri [ $N$ ]	$\beta_n$	Statik sürtünme açısı [ $^\circ$ ]
$G$	Transfer fonksiyonu reel kısmı [ $m/N$ ]	$\beta_s$	Sürtünme açısı [ $^\circ$ ]
$H$	Transfer fonksiyonu sanal kısmı [ $m/N$ ]	$\gamma$	Boşluk açısı [ $^\circ$ ]
$K_f, K_t$	İlerleme ve teğetsel doğrultulardaki malzeme kesilme sabiti [ $N/m^2$ ]	$\zeta_x, \zeta_y$	$x$ ve $y$ 'deki sönümlenme oranları [%]
$L$	Takım bağlama uzunluğu [ $m$ ]	$\delta$	Takım seçimi [ $^\circ$ ]
$V$	Toplam kesme hızı [ $m/s$ ]	$\varphi$	Kesilme açısı [ $^\circ$ ]
$V_0$	Ortalama kesme hızı [ $m/s$ ]	$\eta_v$	Dinamik kesme sabiti
$V_h$	Takımın batma hacmi [ $m^3$ ]	$\lambda$	Statik ve dinamik katsayıları
$a$	Kesme derinliği [ $m$ ]	$\mu$	Sürtünme katsayısı
$c$	Kesme sistemi sönümlenmesi [ $kg/s$ ]	$\tau$	Zaman gecikmesi [ $s$ ]
$f_{cx, y}$	$x$ ve $y$ 'deki saplanma kuvvetleri [ $N$ ]	$\tau_s$	Kesilme gerilmesi [ $N/m^2$ ]
$f_{sp}$	Spesifik kesilme direnci [ $N/m^3$ ]	$\omega$	Açısal frekans [ $rad/s$ ]
$h$	Kesme genişliği [ $m$ ]	$\psi$	Faz farkı [ $rad$ ]

işlenen dalgalı yüzeye batmasından dolayı oluştuğu kabul edilmiştir. Dalgalı bir yüzeyde takım ucunun kesme yüzeyine batmasından kaynaklanan kuvvet değişimleri ve saplanma kuvvetinin oluşumu, [2-5] çalışmalarında incelenmiştir. Ayrıca [6-9] gibi çalışmalarda da titreşen takım ucunun salınımindan kaynaklanan ( $\varphi$ )'nın değişimine bağlı olarak kesme kuvvetlerinin değişimi verilmiştir. Dinamik kesme kuvvetlerinin daha ayrıntılı olarak modellenmesi ve bunların tirlama titreşimindeki etkileri, [10-15] çalışmalarında değişik teknikler kullanılarak Dinamik Kesme Kuvveti Katsayıları (DKKK) diye adlandırılan katsayılar elde edilmiştir. Süreç sönümlenme kuvveti, dinamik kesme sırasında takımın kesme kenarı ve işlenmiş dalgalı yüzey arasındaki bir ara yüzeyde meydana gelir [16]. Bu kuvvetin neden ve nasıl üretildiğinin bilinmesine karşılık lineer olmadığından modellenmesi hala zordur ve temel yönlerinin tam olarak bilinmemesi sebebiyle de bu konu tam olarak anlaşılabilir değildir. Birçok araştırmalara rağmen, boşluk açısı ve süreç sönümlenme kuvveti arasında ilişkiyi tanımlamak için tam olarak anlaşılabilir bir matematiksel model geliştirilememiştir ve [5]' e göre bu kuvvetin boşluk açısına ters orantılı olması kabulü aşırı bir basitleştirme değildir. Düşük ve orta kesme hızlarında oluşan SSO' nun neden ve nasıl oluştuğunun tam olarak anlaşılabilmesiyle bunların kesme sisteminin yapısal sönümlenmesine ne kadar etki ettikleri de bulunamamıştır. Ancak, kesme kararlılığının hesaplanabilmesi için süreç sönümlenme modellenmelidir. Burada belirtilmesi gereken bir nokta da süreç sönümlenmesinin genellikle düşük hızlarda görülmesine rağmen

asında titreşim frekansına bağlı olarak orta kesme hızlarında da önemli olabilmesidir. Özellikle batmadan kaynaklanan sönümlenmeler malzeme ile takım yan yüzeyi arasındaki temas alanı titreşim dalga boyuna bağlı olarak artmaktadır. Titreşim dalga boyu ne kadar kısa olursa bu alan o kadar artmaktadır. Dalga boyunun kesme hızının tırlama frekansına oranı olduğu düşünüldüğünde, en azından teorik olarak, yüksek tırlama frekansları için çok düşük olmayan hızlarda da belli bir miktarda süreç sönümlenme görülebilir. Yapılan bu çalışma ile, tırlama titreşimiyle salınım yapan kesici takım ucunun salınımı ( $\delta$ ) ile kesilme açısı ( $\varphi$ )'nin değişiminden ve kesici takım ucunun dalgalı yüzeye batmasından dolayı oluşan süreç sönümlenmesinin nasıl değiştiği ve ne kadar olduğu geliştirilen matematiksel model ile verilmiştir.

## 2. SÜREÇ SÖNÜMLEME MODELİ

Bu bölümde Süreç Sönümlenme Modeli (SSM)'nin dik kesmede kesme sisteminin dinamik modeli oluşturulmuştur. İş parçasının kesilme gerilmesinin değişik kesme hızları ve ilerleme oranları için sabit kalması prensibi ile ( $\varphi$ )'nin değişimine bağlı olarak dinamik kesme kuvvetleri ifade edilerek statik ve dinamik kesme katsayıları elde edilmiştir. Kesme sisteminin dinamik denklemleri bu DKKK türünden yazılmıştır. DKKK'ın oluşturulması, kesme mekaniklerinin ve kesme kuvvetlerinin değişik kesme şartları altında nasıl değiştiklerinin araştırılmasıyla yapılır. Bu araştırma, kararlı kesme durumunda kesme testleriyle kesme sistemi iki ve üç boyutlu olarak ele alınarak yapılır [9, 14]. Dinamik kesme katsayılarının deneysel olarak belirlenmesi gelişmiş ve pahalı laboratuvar ekipmanı gerektirmektedir. Bu katsayılar, analitiksel modelleme ile kararlı durumda kesme testlerinden de elde edilebilir [8, 13]. Bu çalışmada [13]'ün dinamik kesme kuvvetinin modellemesinden faydalanılarak statik ve dinamik kesme katsayılarının elde edilmesinde analitiksel bir model geliştirilmiştir. Bu analitiksel modelde [17]'in kesilme açısının genel formülasyonu kullanılarak, ( $\varphi$ )'nin dinamik kesme modelinde nasıl değişebileceği tespit edilmiştir. Geliştirilen dinamik kesme modeli iki serbestlik dereceli olarak ele alınmış ve Şekil 1'de şematik olarak verilmiştir.



Şekil 1. Kompleks dinamik kesme modeli

## 2.1. Dinamik Kesme Kuvveti Katsayılarının (DKKK) Bulunması

Öncelikle batma olayı hesaba katılmadan Şekil 1' e göre her iki doğrultuda titreşim yapan takım ucunun hareket denklemleri;

$$\begin{aligned} m_x \ddot{x}(t) + c_x \dot{x}(t) + k_x x(t) &= F(t) \sin(\beta_n + \delta) \\ m_y \ddot{y}(t) + c_y \dot{y}(t) + k_y y(t) &= F(t) \cos(\beta_n + \delta) \end{aligned} \quad (1)$$

şeklinde yazılabilir. Burada  $m_{x,y}$ ,  $c_{x,y}$  ve  $k_{x,y}$  sırasıyla kesme sisteminin x ve y doğrultularındaki eşdeğer kütlesi [kg], sönümlenme sabiti [kg/s], rijitlik [ $\text{kg/s}^2$ ] dir. (1) denklemlerindeki dinamik kuvvet ( $F(t)$  [N]) ifadesi aşağıdaki gibi yazılabilir;

$$F(t) = a K_f h(t) \quad (2)$$

Burada  $a$ , kesme derinliği [mm],  $K_f$ , iş parçası malzemesinin ilerleme doğrultusundaki kesilme sabiti [ $\text{N/mm}^2$ ] dir. Şekil 1' den, takımın dinamik kesmedeki seğiminden ( $\delta$ ) ve tırlama titreşiminden kaynaklanan toplam dinamik talaş kalınlığı [mm];

$$h(t) = h_0(t) + |PE| \delta \quad \rightarrow \quad h_0(t) = h_0 + x(t - \tau) - x(t) \quad (3)$$

biçiminde ifade edilebilir. Burada  $h_0$  ve  $h_0(t)$  sırasıyla kesme sistemine verilen ilerleme [mm] ve takım titreşimiyle oluşan dinamik talaş genişliği [mm] dir.  $|PE|$  uzunluğu ve takım seğimi ( $\delta$ )' nin açık ifadeleri Şekil 1' deki geometrik ilişkiden yazılıp (3) denkleminde yerine koyulursa toplam dinamik talaş kalınlığı aşağıdaki gibi yazılabilir;

$$h(t) = h_0 + x(t - \tau) - x(t) + \cot(\varphi) h_0 \delta \quad \rightarrow \quad \delta = \tan^{-1} \left( \frac{\dot{x}}{V_0 + \dot{y}} \right) \quad (4)$$

(4) denkleminde görüldüğü gibi; ( $\delta$ ), takım ucunun x ve y doğrultularındaki titreşim hızına bağlıdır. Bu hızların tam olarak tespitinin zorluğundan ve dinamik kesilme açısı ( $\varphi$ )' nin değişimini hesaba katabilmek için kesilme açısı ve ortalama sürtünme katsayısı ( $\mu_a$ ) arasında ampirik bir ilişki yazmak mümkündür [10]. Bu açı ilişkisinin genel formu [17] tarafından aşağıdaki gibi verilmiştir;

$$2\varphi_0 + \beta_{s,0} - \alpha_0 = C \quad (5)$$

Dinamik kesmede kesilme açısı  $\varphi$  ve sürtünme açısı  $\beta_s$  arasındaki bu hesapsal ilişkinin değişmediği kabul edilirse (5) denkleminin aşağıdaki gibi yazılabilir;

$$2\varphi + \beta_s - \alpha = C \quad (6)$$

(6) denklemindeki (C) sabitinin çözümü statik kesme testlerinin yapılması ve dik kesme mekaniklerinden yararlanılarak yapılabilir. Dinamik kesilme açısı ( $\varphi$ )' nin takım ile iş parçası arasındaki bağıl kesme hızına  $V = V_0 + \dot{y}$  göre değişeceği kabulü ile;

$$\varphi = \varphi_0 + \eta_v \dot{y} \quad \rightarrow \quad \varphi_0 = \varphi_{01} + \eta_v V_0 \quad (7)$$

şeklinde ifade edilebilir. Buradaki  $\varphi_0$ , yukarıdaki test prosedürünün değişik kesme hızları  $V_0$  ve ilerleme oranları için uygulanmasıyla elde edilecek ortalama kesilme açısıdır,  $\eta_v$  belli bir kesme hızında seçilen ilerleme oranı ve takım talaş açısına bağlı olarak değişen dinamik kesme sabitidir ve  $\dot{y}$  ise takımın  $y$  doğrultusundaki hızıdır.  $\varphi_{01}$ , belli bir kesme hızında seçilen ilerleme oranı ve takım talaş açısına bağlı olarak değişen dinamik kesme sabitidir. Yapılacak kesme testleri yardımıyla bu denklemlerdeki  $\eta_v$  ve  $\varphi_{01}$  sabitleri, iş parçasının kesilme gerilmesinin değişik kesme hızları ve ilerleme oranları için sabit kalması prensibi ile hesaplanır. Kesilme gerilmesi denkleminde;

$$\eta_v = \frac{(\varphi_0 - \varphi_{01})}{V_0} \quad \rightarrow \quad \sin \varphi_{01} = \frac{a h_{01} \tau_s}{F_{s01}} \quad (8)$$

bağıntıları yazılarak  $\varphi_{01}$  ve  $\eta_v$  dinamik kesme sabitleri hesaplanır. Böylece, teorik ve deneysel olarak kesilme açısı  $\varphi$ ' nin değişiminden kaynaklanan farklılık hesaplanmış olur. Bu değişim dinamik kesme modeline uygulanacak olursa bileşke kesme kuvveti aşağıdaki gibidir;

$$F = \frac{F_s}{\cos(\varphi + \beta_n + \delta)} = \frac{\tau_s a l_s}{\cos(\varphi + \beta_n + \delta)} \quad \rightarrow \quad l_s = \frac{h(t)}{\sin(\varphi + \delta)} \quad (9)$$

şeklinde yazılabilir. Denklem (1) ve (2)' den görüldüğü gibi her iki doğrultudaki dinamik kesme kuvvetleri aşağıdaki gibi ifade edilebilir;

$$F_x = F \sin(\beta_n + \delta) \quad ; \quad F_y = F \cos(\beta_n + \delta) \quad (10)$$

(6) ve (7) denklemleri (10) denklemlerinde yerlerine koyulursa ve burada ( $\delta$ ) ve ( $\eta_v \dot{y}$ )' nin daha yüksek dereceden değerleri ihmal edilir ve gerekli trigonometrik bağıntılar kullanılarak DKKK' ları elde edilerek kesme sisteminin her iki doğrultusu için dinamik kesme kuvvetleri [1];

$$\begin{aligned} F_x &= \tau_s a \lambda_{sx} (h_0 - x + x(t - \tau) + \lambda_{dx} \dot{x} - \lambda_{vx} \dot{y}) \\ F_y &= \tau_s a \lambda_{sy} (h_0 - x + x(t - \tau) + \lambda_{dy} \dot{x} - \lambda_{vy} \dot{y}) \end{aligned} \quad (11)$$

şeklinde yazılabilir. Buradaki;

$$\lambda_{sx} = \frac{\sin(C - 2\varphi_0)}{\sin \varphi_0 \cos(C - \varphi_0)}$$

$$\lambda_{sy} = \frac{\cos(C - 2\varphi_0)}{\sin \varphi_0 \cos(C - \varphi_0)} \quad (12)$$

$$\lambda_{dx} = \frac{h_0}{V_0} \left[ \frac{\cos(\varphi_0) \cos(C - \varphi_0) - \cos(C)}{\sin(\varphi_0) \cos(C - \varphi_0)} + \frac{\cos(C - 2\varphi_0)}{\sin(C - 2\varphi_0)} \right]$$

$$\lambda_{dy} = \frac{h_0}{V_0} \left[ \frac{\cos(\varphi_0) \cos(C - \varphi_0) - \cos(C)}{\sin(\varphi_0) \cos(C - \varphi_0)} + \frac{\sin(C - 2\varphi_0)}{\cos(C - 2\varphi_0)} \right] \quad (13)$$

$$\lambda_{vx} = h_0 \eta_v \left[ \frac{\cos(C - 2\varphi_0)}{\sin(\varphi_0) \cos(C - \varphi_0)} + \frac{2 \cos(C - 2\varphi_0)}{\sin(C - 2\varphi_0)} \right]$$

$$\lambda_{vy} = h_0 \eta_v \left[ \frac{\cos(C - 2\varphi_0)}{\sin(\varphi_0) \cos(C - \varphi_0)} + \frac{2 \sin(C - 2\varphi_0)}{\cos(C - 2\varphi_0)} \right] \quad (14)$$

şeklindedir ve böylece dinamik kesme kuvveti bileşenleri analitiksel olarak statik kesme katsayıları  $\lambda_{sx}$ ,  $\lambda_{sy}$  ve dinamik kesme katsayıları  $\lambda_{dx}$ ,  $\lambda_{dy}$  ve  $\lambda_{vx}$ ,  $\lambda_{vy}$  türünden ifade edilmiş olurlar. Bu statik ve dinamik kesme katsayıları statik kesme testlerinden elde edilebilirler. DCFC' nın tornalamaya uygulanmasıyla PDM, (1) denklemleri;

$$m_x \ddot{x}(t) + c_x \dot{x}(t) + k_x x(t) = -\tau_s a \lambda_{sx} (h_0 - x + x(t - \tau)) + \lambda_{dx} \dot{x} - \lambda_{vx} \dot{y}$$

$$m_y \ddot{y}(t) + c_y \dot{y}(t) + k_y y(t) = -\tau_s a \lambda_{sy} (h_0 - x + x(t - \tau)) + \lambda_{dy} \dot{x} - \lambda_{vy} \dot{y} \quad (15)$$

şeklinde düzenlenir. Sistemin kararlılık analizi, (15) denklemleri düzenlenip ve Laplace dönüşümü yapıp determinantı alınarak yapılabilir. Titreşimsiz kesmede kesme kuvveti bileşenleri ifadelerinden [18];

$$K_f = \tau_s \lambda_{sx} \quad ; \quad K_t = \tau_s \lambda_{sy} \quad (16)$$

şeklinde yazılabilirler. Buna göre (15) denklemleri aşağıdaki gibi düzenlenebilir;

$$m_x \ddot{x}(t) + c_{esx} \dot{x}(t) + k_x x(t) + c_{vy} \dot{y}(t) = F_{esx} (x(t) - x(t - \tau))$$

$$m_y \ddot{y}(t) + c_{esy} \dot{y}(t) + k_y y(t) + c_{dx} \dot{x}(t) = F_{esy} (x(t) - x(t - \tau)) \quad (17)$$

(17) denklemlerindeki;

$$c_{esx} = c_x + a K_f \lambda_{dx} ; \quad c_{vy} = -a K_f \lambda_{vx} ; \quad F_{esx} = -a K_f$$

$$c_{esy} = c_y - a K_t \lambda_{vy} ; \quad c_{dx} = a K_t \lambda_{dy} ; \quad F_{esy} = -a K_t$$

şeklindedir.

## 2.2. Kesici Takım Ucunun Batması

Ayrıca düşük mil hızlarında kesici takım ucunun dalgalı iş parçası yüzeyine batmasından kaynaklanan süreç sönümlenimin meydana geldiği de bilinmektedir [5,16]. Geliştirilen PDM' e göre kesici takım ucunun ( $x$ ) ve ( $y$ ) doğrultularındaki hareket denklemleri (1) denklemlerine benzer şekilde aşağıdaki gibi yazılabilir,

$$\begin{aligned} m_x \ddot{x}(t) + c_x \dot{x}(t) + k_x x(t) &= F(t) \sin(\beta_n + \delta) = -F_{xTop}(t) \\ m_y \ddot{y}(t) + c_y \dot{y}(t) + k_y y(t) &= F(t) \cos(\beta_n + \delta) = -F_{yTop}(t) \end{aligned} \quad (18)$$

Burada her iki doğrultudaki toplam dinamik kuvvetler;

$$F_{xTop}(t) = -(F_x(t) + f_{cx}(t)); \quad F_{yTop}(t) = -(F_y(t) + f_{cy}(t)) \quad (19)$$

şeklinde yazılabilir. (19) denklemlerindeki  $f_{cx}(t)$  ve  $f_{cy}(t)$  terimleri takım ucunun iş parçasının dalgalı yüzeyine batmasından doğan her iki doğrultudaki batma kuvvetleri olup aşağıdaki gibi ifade edilebilirler,

$$f_{cx}(t) = c_{px} \dot{x}(t) \quad ; \quad f_{cy}(t) = c_{py} \dot{y}(t) \quad (20)$$

Bu kuvvetlerin hesaba katılmasıyla sistemin her iki doğrultudaki hareket denklemleri aşağıdaki gibi düzenlenebilir,

$$\begin{aligned} m_x \ddot{x}(t) + c_{tpx} \dot{x}(t) + k_x x(t) &= -F_x(t) \\ m_y \ddot{y}(t) + c_{tpy} \dot{y}(t) + k_y y(t) &= -F_y(t) \end{aligned} \quad (21)$$

Burada

$$c_{tpx} = c_x + c_{px} \quad ; \quad c_{tpy} = c_y + c_{py} \quad (22)$$

şeklindedir. (21) denklemleri (15) denklemlerine benzer şekilde aşağıdaki gibi düzenlenebilir,

$$\begin{aligned} m_x \ddot{x}(t) + c_{tpx} \dot{x}(t) + k_x x(t) &= -\tau_s a \lambda_{sx} (h_0 - x + x(t - \tau) + \lambda_{dx} \dot{x} - \lambda_{vx} \dot{y}) \\ m_y \ddot{y}(t) + c_{tpy} \dot{y}(t) + k_y y(t) &= -\tau_s a \lambda_{sy} (h_0 - x + x(t - \tau) + \lambda_{dy} \dot{x} - \lambda_{vy} \dot{y}) \end{aligned} \quad (23)$$

(23) denklemleri sonuç olarak aşağıdaki gibi yazılabilir,

$$\begin{aligned} m_x \ddot{x}(t) + c_{tsx} \dot{x}(t) + k_x x(t) + c_{vy} \dot{y}(t) &= F_{esx} (x(t) - x(t - \tau)) \\ m_y \ddot{y}(t) + c_{tsy} \dot{y}(t) + k_y y(t) + c_{dy} \dot{x}(t) &= F_{esy} (x(t) - x(t - \tau)) \end{aligned} \quad (24)$$





şeklinde bulunabilirler. Hesaplanan ( $f_{sp}$ ) birim hacim için hesaplandığından kesici takımın Şekil 2' deki gibi dalgalı yüzeye batmasıyla oluşan hacim dolayısıyla ( $x$ ) doğrultusunda bir tepki kuvveti meydana gelecektir. ( $y$ ) doğrultusundaki saplanma kuvveti de ( $x$ ) doğrultusundaki saplanma kuvvetinin iş parçasıyla kesici uç arasındaki ( $\mu_a$ )' nin oranıyla bulunabilir [5,17];

$$f_{cx} = f_{sp} V_h \quad ; \quad f_{cy} = f_{cx} \mu_c \quad (29)$$

bu denklemlerdeki  $f_{sp}$ , iş parçasının spesifik kesilme direnci ( $N/m^3$ ),  $V_h$ , kesici takımın iş parçasına batmasıyla oluşan bölgenin hacmi,  $\mu_c$ , ortalama sürtünme katsayısıdır. Buradan da görüldüğü gibi takım ucunun batmasından kaynaklanan süreç sönümlenmelerinin hesabı için gerekli olan hesaplamalar takım ucunun dalgalı yüzeye batmasındaki batma hacminin ve iş parçasının malzemesine bağlı olarak değişen spesifik kesilme direncinin bulunmasıdır. (24) denklemleri kullanılarak yapılacak kararlılık analizi, her iki doğrultudaki kesilme açısı ( $\varphi$ )' nin ve takım batmasının hacim ( $V_h$ )' nin değişiminden kaynaklanan toplam eşdeğer sönümlenme ( $c_{tsx}$  ve  $c_{tsy}$ )' lere göre yapılır. Bu değerlerin, tornada ve frezede yapılacak modal analiz ve kesme testlerinden belirlenecek kararlı kesme derinliklerinde ve mil hızlarında nasıl değerlerler alacaklarının belirlenmesi gerekmektedir. Bu problem, tornalama ve frezelemedeki kararlılık analiz prosedürlerinin tersten işletilmesiyle çözülebilir. Ayrıca kararlı kesme derinlikleri ve mil hızlarındaki belirlenecek olan toplam eşdeğer sönümlenmelerin ne kadarının takım batmasından ve kesilme açısının değişiminden oluştuğu bulunabilir.

### 3. DENEYSEL ARAŞTIRMA

Kesme sistemlerinin modal analizleri CutPro-8 bilgisayar yazılımı kullanılarak çekiçleme tekniğiyle yapılmıştır. Ç-1010 malzemeli ( $K_f = 1 \times 10^{+9} N/m^2$ ) iş parçası için kater, (20×20) kesitli olup L= 70; 90; 110 mm' lik uzunluklarda bağlanmıştır. Kesme testleriyle tırlama frekansı ( $\omega_t [Hz.]$ ), tırlamadan dolayı oluşan sesin bir mikrofon yardımıyla kaydedilip LabView 7.1 bilgisayar yazılımıyla işlenerek Tablo 1' deki gibi belirlenmiştir. Çekiçleme testlerinde, ölçüm aralığı  $\pm 50$  g, hassasiyeti 104.3 mV/g, rezonant frekansı 40.0 kHz olan Kistler ivme ölçer ve 0-500 N' luk kuvvet aralığı, 10 mV/N hassasiteli impuls Kistler kuvvet çekici kullanılmıştır.

Tablo 1. Çekiçleme ve ses testi değerleri

L	$\omega_n$	k	$\zeta$	$\omega_t$
<b>70</b>	1644	$2,24 \times 10^7$	$2,56 \times 10^{-2}$	1680
<b>90</b>	1055	$8,39 \times 10^6$	$2,67 \times 10^{-2}$	1040
<b>110</b>	801,3	$4,76 \times 10^6$	$1,36 \times 10^{-2}$	880

Kullanılan iş parçalarının çapları 60 mm'dir. Kesme derinliği de tedricen artırılarak tırlamanın başladığı derinlik tespit edilmiştir. İşleme sırasında seçilen ilerleme miktarı, 0,06 mm/rev'dir. Düşük mil hızları ( $n [rpm]$ )' nda kesme testleri yapılarak, tırlama frekansına karşılık gelen kararlı kesme derinlikleri saptanmıştır. Belirlenen bu değerler Tablo 2' de verilmiştir.

Tablo 2. Kesme testleriyle belirlenen ( $a_{lim}[mm]$ ) değerleri

L \ n	90	125	180	250	355	500	710
70	7,8	7,4	6,7	6,0	5,3	4,5	3,8
90	6,5	6,0	5,4	5,0	4,5	3,7	3,2
110	5,1	4,7	4,2	3,8	3,5	3,0	2,5

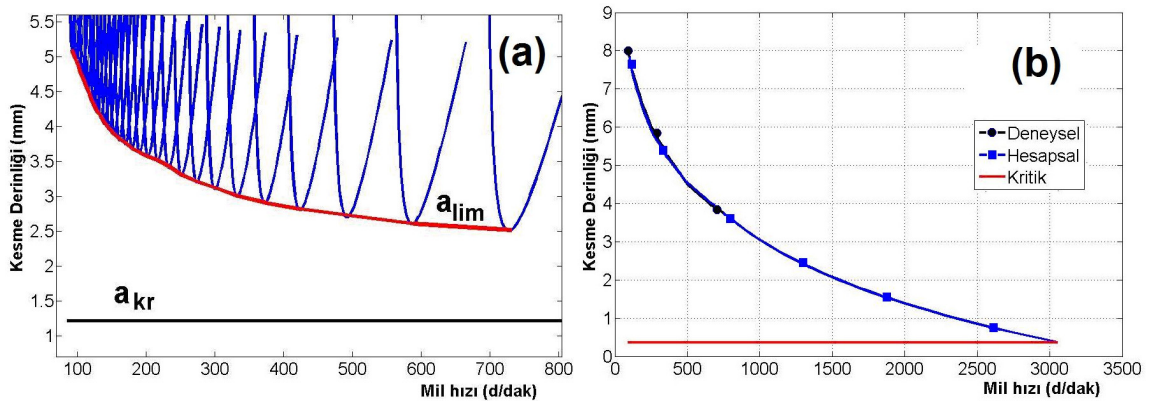
Her iki etkenin hesaba katılarak kesme sisteminin toplam sönümlenmesi, yapısal ( $\zeta_y$ ), kesilme açısının değişimine ( $\zeta_{s\phi}$ ) ve batmadan gelen ( $\zeta_{sp}$ ) sönümlenmelerin toplamına eşittir;

$$\zeta_T = \zeta_{sy} + \zeta_{s\phi} + \zeta_{sp} \quad (30)$$

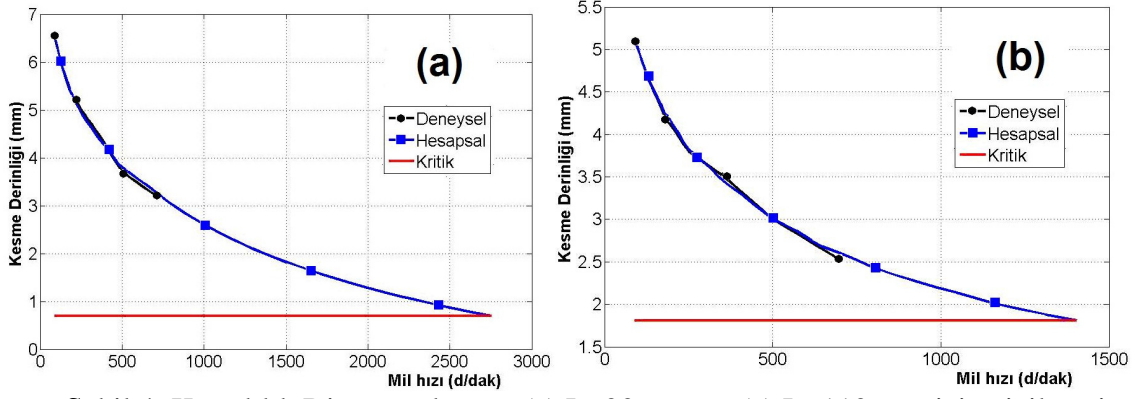
bu ifadenin dinamik denklemlerdeki yerine yazılma durumu (24) denklemlerinde ( $c_{ts}$ ) şeklinde verilmiştir. Değişik tezgah mili devirleri ve kararlı kesme derinlikleri için bu toplam sönümlenme oranlarının ve süreç sönümlenme oranlarının belirlenmesi tornalama ve frezeleme operasyonları için SLD'larının elde edilmesinde kullanılan [18-20]'deki hesaplama prosedürünün tersten işletilmesiyle yapılabilir [1].

$$a_{lim} = \frac{-1}{2K_f G_{min}(\omega)} \quad (31)$$

burada kararlı kesme derinliği olan ( $a_{lim}$ ) değerleri tornalama tezgahında değişik kesme hızları için düşük mil devirlerinde yapılan kesme testlerinden elde edilebilir. SLD'larındaki lobların en alt noktalarındaki kararlı kesme derinlikleri göz önüne alınabilir. Buna göre lobların en alt noktalarından geçen asimtotik eğri altında kalan bölge kararlı kesme bölgesi olacaktır. Bu durum Şekil 3(a)'da verilmiştir.



Şekil3. (a) Kararlılık lobları ve (b)  $L=70$  mm takım bağlama uzunluğu için kararlılık diyagramı.



Şekil 4. Kararlılık Diyagramlarının (a) L=90 mm ve (c) L=110 mm için çizilmesi.

Şekil 3(b), Şekil 4(a) ve (b)' de verilen SD' ları Tablo 2 ve Tablo 3' de verilen değerlere göre deneysel ve hesapsal olarak çizdirilmişlerdir. Şekil 3(a)' daki kararlılık loblarının en alt noktalarındaki kararlı kesme derinlikleri, kesme sisteminin TF' nun reel kısmının minimum ( $G_{min}$ ) noktalarına karşılık gelen değerlerdir. Her bir ( $G_{min}$ ) noktalarını yakalamak için aşağıdaki denklem yazılabilir;

$$G_{i\min}(\omega) = \frac{-1}{4k_i \zeta_i (1 + \zeta_i)} \quad (32)$$

Kesme testleriyle elde edilen kararlı kesme derinlikleri ve tırlama frekansı, sistemin baskın moduna göre elde edilen değerlerdir. Böylece sistem bir serbestlik dereceli olarak göz önüne alınıp sistemin sönümlenme oranının nasıl değiştiği incelenebilir. Buradaki baskın mod ( $x$ ) doğrultusundaki mod olarak ele alınırsa, (32) denkleminde sönümlenme değerleri ikinci dereceden bir denklemin köklerinin bulunmasıyla elde edilebilir;

$$\zeta_x^2 + \zeta_x + \frac{1}{4k_x G_{min}(\omega)} = 0 \quad (33)$$

Değişik mil hızlarındaki kararlı kesme derinliklerinin kesme deneyleriyle bulunmasından ve tornalama sisteminin transfer fonksiyonunun reel kısmının belirlenmesinden sonra imajiner kısmının da elde edilmesi yine SLD' larının çizdirilmesi prosedürünün ters yönde işletilmesiyle elde edilebilir;

$$H(\omega_i) = G(\omega_i) \tan(\psi) \quad (34)$$

Tablo 3. Ç-1010 malzemesi için toplam SSO ( $\zeta_{sT}$ ) değerleri

L \ n	90	125	180	250	355	500	710
70	0,1650	0,1600	0,1410	0,1260	0,1100	0,0913	0,0750
90	0,3414	0,3200	0,2910	0,2720	0,2470	0,2100	0,1800
110	0,4600	0,4310	0,3940	0,3633	0,3400	0,3000	0,2554

#### 4. SONUÇ

Yapılan bu çalışmada tırlama titreşimi sırasında düşük ve orta kesme hızlarında meydana gelen SSO' nun belirlenmesi için analitiksel bir model geliştirilmiştir. Geliştirilen analitik model gerçeğe çok yakın değerler verip hesaplama yöntemi oldukça basittir. Bunun yanında, yıllardır çözülemeyen SSO' nun hesaplanması problemi çözülmüştür. Bu model ile elde edilen SSO' ları tamamen gerçekçi değerlerdir. Bunun nedeni, öncelikle dinamik kesme testleriyle kesme derinlikleri için stabil  $a_{lim}$  sınırlarının belirlenip geliştirilen modele uygulanmasıdır. Bu sebeple teoriksel model ile dinamik kesme testlerinin sonuçları Şekil 3 ve Şekil 4' deki gibi tamamen aynı çıkmaktadırlar. Bu modelin faydası, iş parçası malzemesi, takım/takım tutucu ve kesme şartlarına göre süreç sönümleme oranlarının nasıl değiştiğinin gözlenebildiğidir. Böylece SSO' nun iş parçası malzemesinin, takım/takım tutucu ve kesme şartlarının hangi özelliğine göre nasıl değiştiği belirlenip PDR' nin önceden yani kesme sisteminin modal analizi sırasında tahmin edilebilmesi yapılabilecektir.

#### 5. TEŞEKKÜR

Bu çalışmanın laboratuvar çalışmaları, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Rektörlüğü Bilimsel Araştırma Projeleri Komisyonu' nun "Takım Tezgahlarında Tırlama Titreşimlerinin Kararlılık Analizi" konu başlıklı, 200615012 numaralı Araştırma Projesinin belirli bir aşamasına kadar yapılan çalışmalarla paralel yürütülmüştür.

#### 6. KAYNAKÇA

- [1] TÜRKES, E., Takım tezgahlarının tırlama titreşiminde süreç sönümlenmelerin teorik ve deneysel irdelenmesi, Doktora Tezi, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir, (2007).
- [2] WALLACE, P. W., ANDREW, C., Machining forces: Some effects of tool vibration, **Journal of Mechanical Engineering Science**, 7(2), 152-162, (1965).
- [3] WALLACE, P. W., ANDREW, C., Machining Forces: Some effects of removing a wavy surface, **Journal of Mechanical Engineering Science**, 8(2), 129-140, (1966).
- [4] TLUSTY, J., Analysis of the state of research in cutting dynamics, **Manufacture Technology, CIRP Annals**, 27(2), 583-589, (1978).
- [5] LEE, B.Y., et al., Modelling of the process damping force in chatter vibration, **International Journal of Machine Tools and Manufacture**, Vol. 35, 951-962, (1995).
- [6] KNIGHT W.A, Some observations on the vibratory metal cutting process employing high speed photography, **International Machine Tool Des. Res.**, Vol. 10, 221-247, (1970).
- [7] TLUSTY, J., MORIWAKI, T., GOEL, B.S., The dynamic cutting force coefficients for some carbon steels, **4th NAMR Conference, SME**, (1976).

- [8] NIGM, M. M., SADEK, M. M., TOBIAS, S. A., Determination of dynamic cutting coefficients from steady state cutting data, **International Machine Tools Design Research**, 17, 19-37, (1977).
- [9] SRINIVASAN, K., NACHTIGAL, C. L., Investigation of the cutting process dynamics in turning operations, **Journal of Engineering for Industry**, Transactions of the SME, 77(41), 1-9, (1978).
- [10] WU, D. W., LIU, C. R., An analytical model of cutting dynamics, Part 1: Model building, **Journal of Engineering for Industry**, Transactions of the ASME, 107, 107-111, (1985a).
- [11] WU, D. W., LIU, C. R., An Analytical model of cutting dynamics, Part 2: Verification, **Journal of Engineering for Industry**, Transactions of the ASME, 107, 112-118, (1985b).
- [12] WU, D. W., Comprehensive dynamic cutting force model and its application to wave-removing process, **Journal of Engineering for Industry**, Transactions of the ASME, 110, 153-161, (1988).
- [13] KIM, J. S., ve LEE, B. H., An Analytical model of dynamic cutting forces in chatter vibration, **International Machine Tools Design Research**, 31(3), 371-381, (1991).
- [14] JEMIELNIAK, K., Modelling of dynamic cutting coefficients in three-dimensional cutting, **International Machine Tools Design Research**, 32(4), 509-519, (1992).
- [15] XIAO, M., et al., Analysis of chatter suppression in vibration cutting, **International Journal of Machine Tools and Manufacture**, 42, 1677-1685, (2002).
- [16] TLUSTY, G., **Manufacturing Processes And Equipment**, Prentice Hall, New Jersey, 325, (2000).
- [17] BAILEY, J.A., Friction in metal machining-mechanical aspects, *Wear*, 31, 243-275, (1975).
- [18] ALTINTAS, Y., **Manufacturing Automation; Metal Cutting Mechanics, Machine Tool Vibrations and CNC Design**, Cambridge University Press, 284, (2000).
- [19] ALTINTAS, Y., BUDAK, E., Analytical prediction of stability lobes in milling, **Annals of the CIRP**, 44 (1), 357-362, (1995).
- [20] BUDAK, E., ALTINTAS, Y., Analytical prediction of stability lobes in milling Part I: General formulation, Part II: Application of the general formulation to common milling systems, **Trans ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control**, 120, 22-36, (1998).