

## 35 mm UÇAKSAVAR NAMLUSUNUN ATIŞ ESNASINDAKİ DİNAMİK ANALİZİ

İsmail ESEN<sup>1</sup>, Mehmet Akif KOÇ<sup>2</sup>, Hasan MULCAR<sup>3</sup>

<sup>1</sup>iesen@karabuk.edu.tr Karabük Üniversitesi, Makine Mühendisliği Bölümü, Karabük

<sup>2</sup>mehmet\_akif\_koc60@hotmail.com Karabük Üniversitesi, Makine Mühendisliği Bölümü, Karabük

<sup>3</sup>hasanmulcar20@gmail.com Karabük Üniversitesi, Makine Mühendisliği Bölümü, Karabük

### ÖZET

Günümüzde silah teknolojileri alanındaki gelişmeler hızla ilerlemektedir. Daha hassas hedef sağlama kabiliyetleri üzerindeki çalışmalar önemli araştırma konulardan biri olmuştur. Silah sistemlerinde vuruş kabiliyetini etkileyen önemli bir faktör namlu sisteminin atış esnasındaki dinamik davranışdır. Atış anında namlu içindeki barutun patlamasıyla oluşan yüksek basınç çekirdeği çok yüksek bir ivme ile hızlandırmakta ve mermi çekirdeğinin namlu içindeki hareketi ile namlunun etkileşiminden dolayı namlu titreşmektedir. Bu titreşim namlunun boyutları, mermi çekirdeğinin kütlesi, çekirdeğin ivmesinden etkilenmektedir.

Bu çalışmada 35 mm çapında ve 3240 mm boyundaki bir uçaksavar namlusunun dinamik davranışı incelendi. Çalışma, patlama anında oluşan şok dalgaları hariç tutularak mermi çekirdeği ile namlunun dinamik etkileşimi çerçevesinde sınırlandırıldı. Bu dinamik etkileşim MATLAB yazılımında bir program yazılarak sonlu elemanlar yöntemi ve Newmark'ın doğrudan zaman integrasyonu yöntemiyle ivmelenmekte olan mermi çekirdeği ve namlunun hareket denklemleri çözülerek dinamik yer değiştirmeler elde edildi. Namlunun katı modeli SOLIDWORKS programı ile oluşturuldu. Namluya ait doğal frekanslar ve mod şekilleri ANSYS programında ve MATLAB programında elde edilerek sonuçlar karşılaştırıldı.

**Anahtar Sözcükler:** Namlu dinamiği, Hareketli kütle, Atış hassasiyeti, FEM

### ABSTRACT

Today, advances in weapons technology is advancing rapidly. Subject of providing more precise shooting has been one of the key research issues. A major factor, influencing the ability to hit, is dynamic behavior of the barrel during firing in weapon systems. The explosion of gunpowder in the barrel during firing causes high-pressure and the core starts to move with very high acceleration and the movement of the bullet in the barrel vibrates the barrel. This vibration is affected by barrel size, mass of the bullet and the acceleration of the bullet.

In this study the dynamic behavior of the barrel of a 35 mm and 3240 mm long anti-aircraft is studied. By excluding shock waves at the time of the explosion, this study was limited within the framework of the dynamic interaction of the bullet with the barrel. The dynamic interaction was modeled, with a program written in MATLAB, using finite element method and Newmark direct time integration method and the dynamic deflections of the barrel were obtained by solving the equation of motion. Solid model was created with SOLIDWORKS software and natural frequencies and mode shapes are obtained both with ANSYS and the MATLAB program and the results obtained were compared.

**Keywords:** Barrel dynamics, moving mass, shooting accuracy, FEM

## 1.GİRİŞ

Hava savunma silahları düşman uçaklarına karadan havaya ateş açabilen silahlara genel olarak verilen isimdir. Hava savunma silahları genel olarak namlulu hava savunma silahları ve güdümlü füzeler olarak sınıflandırılabilir. Namlulu hava savunma silahları da kendi aralarında uçaksavar makine tüfekleri ve uçaksavar topları şeklinde sınıflandırılabilir[11]. Şekil 1 de 35 mm çift namlulu uçaksavar topu gösterilmiştir.

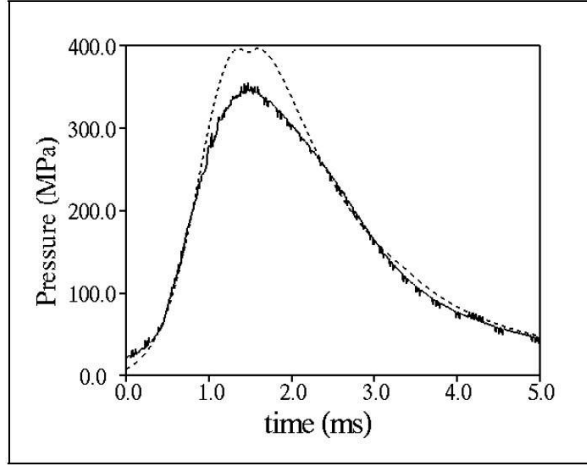


Şekil 1.Oerlikon GDF 003-35 mm çift namlulu uçaksavar topu [12].

Günümüzde üstün nitelikli uçakların gelişmesine paralel olarak, hava savunma silahları alanındaki ilerlemelerde daha çok hedef hassasiyeti, ateş sürati, mermi ilk hızı ve tahrip gücü üzerinde olmaktadır. Radar ve bilgisayar kontrolünün uçaksavarlarda kullanılması ile birlikte uçaksavarların yüksek hızdaki uçaklara karşı etkili olabilmeye, hedef takibi ve hedef vurma hassasiyeti imkânları artmıştır. Atış hassasiyetini etkileyen önemli bir faktör de namlu titreşimleridir. Atış esnasındaki namlu titreşimleri merminin hedeften sapmasına neden olmaktadır. Namlulu bir silahta atış hassasiyetini arttırmak için namlu titreşimlerinin kontrolü ve azaltılması gereklidir [1]. Bu alanda yapılan çalışmalardan Balla J. [2] bir uçaksavar topunu namlu ve onu taşıyan gövdesi ile modelleyerek sekiz serbestlik derecesine sahip bir uçaksavar silah sisteminin komple dinamik davranışını inceledi. Mohammad T. [3] kütle dengesiz mermi çekirdeği ile namlu etkileşimini inceleyerek dengelenmemiş merminin namlu titreşimine olan etkisini rapor etmektedir. Alexander J.E. [4] 155 mm'lik bir top namlusu ve mermi çekirdeğinin dinamik etkileşimini ABAQUS yazılımını kullanarak modelleyip elde edilen analiz sonuçları ile gerçek test deneysel verilerinin karşılaştırılmasını yapmıştır. Hareketli kütle ve onu taşıyan sistemlerin dinamiği ile ilgili değerli çalışmalar referans [5-10]'da bulunmaktadır.

Ateşleme sırasında mermi kovani içindeki barutun yanması sonucunda namlu içinde 320 Mpa'a çıkabilen yüksek bir basınç oluşmakta ve bu basıncın mermi çekirdeğine tesir ettirdiği kuvvet nedeniyle mermi çekirdeği ivmelenmektedir. Şekil 2'de de görüleceği üzere namlu içindeki basınç artışı lineer olmamaktadır. Dolayısıyla mermi çekirdeğini ivmelendiren kuvvet de sabit olmayıp zamanla değişmektedir. Bunun sonucunda çekirdeğin ivmesi de değişmektedir. Biz bu çalışmada değişken ivmenin getireceği hesap karmaşıklığını aşmak için ortalama bir sabit ivme kabulü ile matematiksel modelleri oluşturduk. Modeller kurulurken namlu ekseninin yere paralel olduğunu kabul ederek formülasyonu oluşturduk. Mermi çekirdeğinin namlu içindeki dönmesinin etkisi ihmal edilmiştir. Aynı formülasyon bir transfer matrisi ile yerden belirli bir eğim açısı ile durmakta olan

namluların dinamik davranışı için de kullanılabilir. Namlu uç noktasının atış esnasındaki dinamik eğimi, sehimi ve boyuna yerdeğişimleri analiz sonuçlarında verilmiştir.



Şekil 2. 35 mm uçaksavar namlusunda patlama sonucunda oluşan basınç grafiği(kesikli çizgiler bilgisayar ortamında elde edilen eğri, düz çizgi ise deney sonucunda elde edilen eğri)[13].

## 2. 35 MM UÇAKSAVAR NAMLUSUNUN TASARIMI VE GENEL ÖZELLİKLERİ

### 2.1 Namlu Sistemine ait genel özellikler

Çalışmamızda 35 mm lik 3240 mm uzunluğundaki bir uçaksavar namlusu ele alınmıştır. Bu namluya ve namlu sisteminin ait olduğu uçaksavar sisteminin teknik özellikleri Tablo 1 de gösterilmiştir.

Tablo 1. 35 mm uçaksavar sisteminin genel özellikleri[14].

Kalibre	35 mm
Toplam Ağırlık	6800 kg
Atış Hızı	2x550 Atım/dakika
Mermi Namlu Çıkış Hızı	1.175 m/sn
Namlu Uzunluğu	3240 mm
Hedef Yakalama Menzili	50 km
Etkili Menzil	40 km
Maksimum Dönme Hızı	2.095 rad/sn

### 2.2 Mermiye Ait Genel Özellikler

Uçaksavarlar da patlayıcı miktarına bağlı olarak birden fazla çeşit mermi kullanılmaktadır. Aşağıdaki tabloda 35 mm uçaksavar namlusunda kullanılan mermi çeşitleri ve özellikleri ile birlikte verilmiştir.

Tablo 2. 35 mm uçaksavar namlusunda kullanılan mermileri özellikleri[15].

NATO rapor adı	HEI-T	HEI	HEI(BF)	SAPHEI-T	FAPDS	TP-T/TP	AHEAD
Mermi ağırlığı	535 g	550 g	550 g	550 g	375 g	550 g	750 g
Patlayıcı	98 g	112 g	70 g	22 g	n/a	n/a	n/a
Ateşleyici madde	330 g						
Mermi ağırlığı	1565 g	1580 g	1580 g	1552 g	1440 g	1580 g	1780 g
Mermi namlu çıkış hızı	1175 m/s	1175 m/s	1175 m/s	1175 m/s	1440 m/s	1175 m/s	1050 m/s

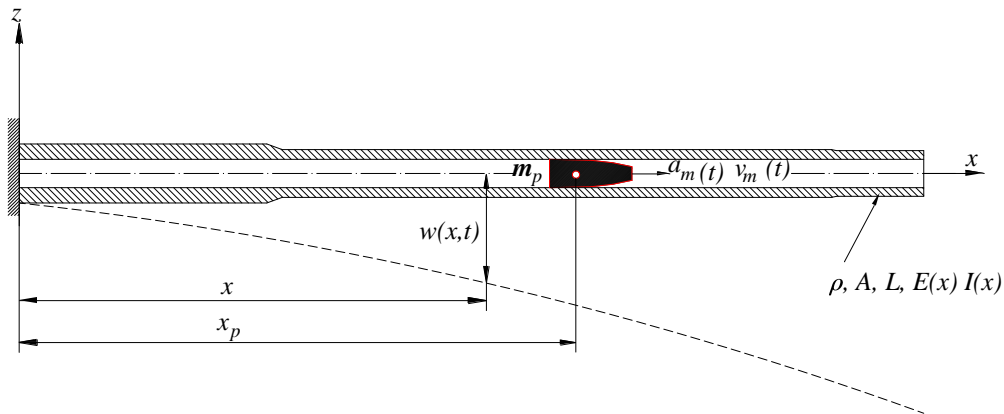
Yine bu bilgiler çerçevesinde aşağıdaki tabloda ise 35 mm ULD 034 uçak savar mermisine ait ayrıntılı özellikler sunulmuştur.

Tablo 3. 35 mm ULD 034 uçaksavar mermisi özellikleri[16].

Toplam Ağırlık	1.57 kg
Toplam Uzunluk	387 mm
Mermi İlk Hızı	1175 m/sn.
Maximum Menzil	11000 m
Etkili Menzil	6000 m
Barut	NC.01.T.35.OE.M.SMS
Kapsül	WK ZSD 263
Kullanıldığı silah	KDP (353 MK) TOPU
Tapa	Kör Tapa

### 3. TEORİ

Şekil 2'de ivmelenen  $m_p$  kütleli mermi çekirdeği ile ankastre olarak mesnetlenmiş ve Euler-Bernoulli kirişi olarak modellenebilen namlu sistemi şematik gösterilmiştir. Mermi çekirdeği, değişken hız  $V_m(t)$  ve sabit ivme  $a_m$  ile kirişin sol tarafından sağ tarafının en uç noktasına doğru namlu içinde hareket etmektedir.



Şekil 2. Hızlanan mermi çekirdeği etkisi altındaki uçak savar namlusu modeli.

Zamana bağlı  $x_p$  noktasında bulunan ve hareket halindeki mermi çekirdeğinin etkisi altındaki namlunun hareket denklemi (1) de verilmiştir [5].

$$EI \frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} + \mu \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} + 2\mu\omega_b \frac{\partial w(x,t)}{\partial t} = p[(x-x_p,t)] - m_p(x-x_p) \left( \frac{d^2 w(x_p,t)}{dt^2} \right), \quad (1)$$

Burada  $E$  elastisite modülü;  $I$  kesit alanının atalet momenti,  $\mu$  namlunun birim uzunluğunun kütlesi,  $x$  kiriş merkez koordinatı,  $t$  zaman,  $w(x,t)$  namlunun dikey sapması,  $\omega_b$  sönümlenme frekansı,  $m_p$  hareketli yük  $p(x,t)$  ve  $d^2 w(x_p,t)/dt^2$  z doğrultusundaki ivmeye eşittir.

Namlu girişinin başlangıç ve sınır koşulları;

$$w(0,t) = w(L,t) = 0; \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} = 0 \text{ at } x = L, \quad \frac{\partial w(x,t)}{\partial x} = 0 \text{ at } x = 0 \quad (2)$$

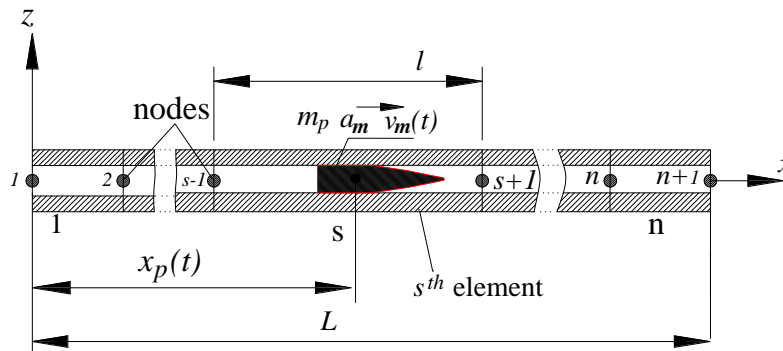
$$w(x,0) = \frac{\partial w(x,0)}{\partial t} = 0, \quad t=0, \quad (3)$$

Denklem (1) de verilen hareket denklemi için atalet ve sönümlenme etkilerini ihmal ederek bazı kolaylaştırmalar ile yaklaşık bir çözüm elde edilebilir. Böyle durumda hareketli kütle sistemi literatürdeki birçok araştırmacı tarafından çalışılan hareketli yük problemini indirgenmiş olur. Namlu içindeki hareketli mermi çekirdeğine ivme etki ettiği zaman hareketli kütle probleminin çözümü zorlaşmaya başlar ve bu alandaki çalışmalarda oldukça sınırlıdır. Bu çalışma ivmelenen kütleli hareketli sonlu eleman olarak düşünen ve "hareketli sonlu eleman" diye adlandırılan bir çözüm sunmaktadır. Bu metotla hem atalet ve hem de sönümlenme etkilerini ihmal etmeden namlunun enine ve boyuna titreşimleri için çözüm sunulmaktadır.

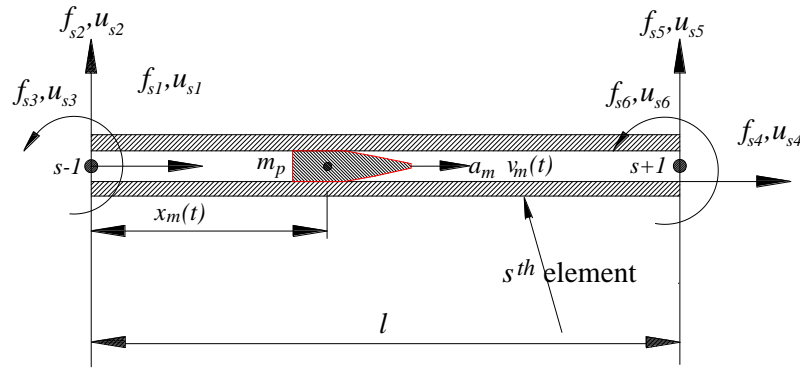
### 3.1 FORMULASYON

#### 3.1.1 İvmelenen mermi çekirdeğinin kütle, sönümlenme ve direngenlik matrisleri

Şekil 3 ve 4'de ivmelenen mermi çekirdeği etkisi altındaki namlunun sonlu elemanlara ayrılması ve merminin içinde olduğu  $s^{\text{inci}}$  çubuk elemanı gösterilmektedir.  $s^{\text{inci}}$  çubuk elemanı üç adet eşdeğer düğüm kuvvetine ve her bir düğüm noktasında yer değiştirmelere sahiptir. Namludaki mermi çekirdeğinin zamana bağlı pozisyonu  $x_p(t)$ ,  $s$  elemanındaki yerel pozisyonu  $x_m(t)$ 'dir. Namlu  $n$  elemana ve  $(n+1)$  düğüm noktasına sahiptir.



Şekil 3. Namlunun sonlu elemanlara ayrılması



Şekil 4.Eşdeğer düğüm kuvvetleri ile *s'inci* elemanın yer değiştirmelerinin gösterilmesi

Namlu titreşim halinde iken titreşen ve namlu eğriliği tarafından indüklenen mermi çekirdeği ve namlu arasındaki dikey kuvvet[6]:

$$f_z(x, t) = [m_p g - m_p \frac{d^2 w_z(x_p, t)}{dt^2}] \delta(x - x_p), \quad (4)$$

Burada;

$$x_p = x_0 + v_0 t + \frac{a_m t^2}{2}, \quad (5)$$

$$\frac{dx_p}{dt} = v_0 + a_m t, \quad \frac{d^2 x_p}{dt^2} = a_m,$$

Burada  $f_z(x, t)$   $x$  noktasındaki hızlanan mermi çekirdeği tarafından uygulanan kuvvet ve  $t$  zamandır.  $f_z(x, t)$  ve  $g$  sırasıyla Dirac-delta fonksiyonu ve yer çekimi ivmesidir. Bunun yanında  $x_0$  ve  $v_0$  sırasıyla  $t=0$  zamanında merminin başlangıç pozisyonu ve başlangıç hızıdır. İvmelenen mermi çekirdeğinin sabit ivmesi ise  $a_m$  dir. İvmelenen mermi çekirdeğinin ve namlunun bütün atalet etkileri düşünüldüğünde, ivme  $d^2 w_z(x_p, t)/dt^2$   $w_z(x, t)$  fonksiyonunun değişken temas noktası değişkeni  $x_p$  ye göre ikinci dereceden toplam diferansiyeli alınarak hesaplanır.

$$\frac{d^2 w_z(x_p, t)}{dt^2} = \frac{\partial^2 w_z(x, t)}{\partial t^2} + 2 \frac{\partial^2 w_z(x, t)}{\partial x \partial t} \frac{dx_p}{dt} + \frac{\partial^2 w_z(x, t)}{\partial x^2} \left( \frac{dx_p}{dt} \right)^2 + \frac{\partial w_z(x, t)}{\partial x} \frac{d^2 x_p}{dt^2}, \quad (6)$$

Denklem (5) göre düzgün bir şekilde hızlanan veya yavaşlayan mermi çekirdeği için ifade denklem (7) gibidir:

$$\frac{d^2 w_z(x_p, t)}{dt^2} = \frac{\partial^2 w_z(x, t)}{\partial t^2} + 2(v_0 + a_m t) \frac{\partial^2 w_z(x, t)}{\partial x \partial t} + (v_0 + a_m t)^2 \frac{\partial^2 w_z(x, t)}{\partial x^2} + a_m \frac{\partial w_z(x, t)}{\partial x}, \quad (7)$$

Denklem (7) kısaca:

$$\frac{d^2 w_z(x_p, t)}{dt^2} = \ddot{w}_z(x, t) + 2(v_0 + a_m t) \dot{w}'_z(x, t) + (v_0 + a_m t)^2 w''_z(x, t) + a_m w'_z(x, t), \quad (8)$$

Burada " ' " ve " . " sırasıyla sapmanın uzaysal ve zaman türevleridir. Bunun yanında,  $w_z = w_z(x, t)$   $x$  koordinatı ve  $t$  zamanındaki noktada namlunun dikey ( $z$ ) yer değiştirmesidir. Bu durumda denklem (4) şu hali alır;

$$f_z(x, t) = m_p (\ddot{w}_z + 2\dot{w}'_z(v_0 + a_m t) + w''_z(v_0 + a_m t)^2 + a_m w'_z + g) \delta(x - x_p), \quad (9)$$

Burada  $m_p \ddot{w}_z$ ,  $m_p(v_0 + a_m t)^2 w''_z + a_m w'_z$  ve  $2m_p(v_0 + a_m t) \dot{w}'_z$  ifadeleri sırasıyla atalet kuvveti, santrifuj ve Coriolis kuvvet bileşimleridir. Bunun yanında,  $m_g$  mermi çekirdeğinin yerçekimi kuvvetidir.

Namlu titreşim halinde iken titreşen ve şekil değiştirmiş namlu eğriliği tarafından indüklenen çekirdek ve namlu arasındaki yatay kuvvet[7].

$$f_x(x, t) = m_p \frac{d^2 w_x(x_p, t)}{dt^2} \delta(x - x_p), \quad (10)$$

Denklem (10) kısaca;

$$f_x(x, t) = m_p \ddot{w}_x \delta(x - x_p), \quad (11)$$

İvmelenen mermi çekirdeğinin hareketi etkisi altında  $s$ 'inci elemanın eş değer düğüm kuvvetleri:

$$f_{s_i} = N_i m_p \ddot{w}_x \quad (i = 1, 4), \quad (12)$$

$$f_{s_i} = N_i m_p (\ddot{w}_z + 2\dot{w}'_z(v_0 + a_m t) + w''_z(v_0 + a_m t)^2 + a_m w'_z + g) \quad (i = 2, 3, 5, 6), \quad (13)$$

Burada  $N_i (i=1-6)$  ifadesi referans [8]'de verilen giriş elemanın yüzey fonksiyonlarıdır.

$$N_1 = 1 - \xi(t), N_2 = 1 - 3\xi(t)^2 + 2\xi(t)^3, N_3 = [\xi(t) - 2\xi(t)^2 + \xi(t)^3]l, \quad (14)$$

$$N_4 = \xi(t), N_5 = 3\xi(t)^2 - 2\xi(t)^3, N_6 = [-\xi(t)^2 + \xi(t)^3]l,$$

Burada;

$$\xi(t) = \frac{x_m(t)}{l}, \quad (15)$$

Burada  $l$  çubuk elemanın boyu, Şekil 3'de gösterildiği gibi  $x_m(t)$   $t$  zamanında ivmelenen mermi çekirdeği ve  $s$ . namlu elemanın sol ucu arasındaki değişken mesafedir. Şekil fonksiyonları ve  $t$  zamanında  $x$  konumundaki  $s$ . namlu elemanın enine yer değiştirmesi arasındaki ilişki [8]:

$$w_x(x, t) = N_1 u_{s1} + N_4 u_{s4}, \quad (16)$$

$$w_z(x, t) = N_2 u_{s2} + N_3 u_{s3} + N_5 u_{s5} + N_6 u_{s6}, \quad (17)$$

Burada  $u_i (i = 1-6)$  ivmelenen mermi çekirdeğinin üzerinde olduğu namlu elemanın düğüm noktalarının yer değiştirmeleridir.

(16) ve (17) numaralı denklemleri (12) ve (13) de yerine yazılır ve sonuçlar matris ifadesi şekline getirilirse:

$$\{f\} = [m]\{\ddot{u}\} + [c]\{\dot{u}\} + [k]\{u\}, \quad (18)$$

Burada;

$$\{f\} = [f_{s1} \ f_{s2} \ f_{s3} \ f_{s4} \ f_{s5} \ f_{s6}]^T, \quad (19a)$$

$$\{\ddot{u}\} = [\ddot{u}_{s1} \ \ddot{u}_{s2} \ \ddot{u}_{s3} \ \ddot{u}_{s4} \ \ddot{u}_{s5} \ \ddot{u}_{s6}]^T, \quad (19b)$$

$$\{\dot{u}\} = [\dot{u}_{s1} \ \dot{u}_{s2} \ \dot{u}_{s3} \ \dot{u}_{s4} \ \dot{u}_{s5} \ \dot{u}_{s6}]^T, \quad (19c)$$

$$\{u\} = [u_{s1} \ u_{s2} \ u_{s3} \ u_{s4} \ u_{s5} \ u_{s6}]^T, \quad (19d)$$

$$[m] = m_p \begin{bmatrix} N_1^2 & 0 & 0 & N_1 N_4 & 0 & 0 \\ 0 & N_2^2 & N_2 N_3 & 0 & N_2 N_5 & N_2 N_6 \\ 0 & N_3 N_2 & N_3^2 & 0 & N_3 N_5 & N_3 N_6 \\ N_4 N_1 & 0 & 0 & N_4^2 & 0 & 0 \\ 0 & N_5 N_2 & N_5 N_3 & 0 & N_5^2 & N_5 N_6 \\ 0 & N_6 N_2 & N_6 N_3 & 0 & N_6 N_5 & N_6^2 \end{bmatrix}, \quad (19e)$$

$$[c] = 2m_p v(t) \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & N_2 N_2' & N_2 N_3' & 0 & N_2 N_5' & N_2 N_6' \\ 0 & N_3 N_2' & N_3 N_3' & 0 & N_3 N_5' & N_3 N_6' \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & N_5 N_2' & N_5 N_3' & 0 & N_5 N_5' & N_5 N_6' \\ 0 & N_6 N_2' & N_6 N_3' & 0 & N_6 N_5' & N_6 N_6' \end{bmatrix}, \quad (19f)$$

$$[k] = m_p \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{22} & k_{23} & 0 & k_{25} & k_{26} \\ 0 & k_{32} & k_{33} & 0 & k_{35} & k_{36} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{52} & k_{53} & 0 & k_{55} & k_{56} \\ 0 & k_{62} & k_{63} & 0 & k_{65} & k_{66} \end{bmatrix}, \quad (19g)$$

$[k]$  ifadesinin bütün bilinmeyen elemanları için

$$k_{i,j} = v(t)^2 N_i N_j'' + a_m N_i N_j', \quad v(t) = v_0 + a_m t, \quad (19h)$$

Burada  $[m]$ ,  $[c]$  ve  $[k]$  sırasıyla, hareketli bir sonlu eleman olan ivmelenen mermi çekirdeğinin kütle, sönümleme ve direngenlik matrisleridir.

Hızlanan  $m_p$  kütleli mermi çekirdeğinin pozisyonu  $x_p(t)$  denklem (15) ifadesinde verilen ivmeye bağlı olarak değişmektedir. Yine mermi çekirdeğinin kütle, sönümleme ve direngenlik matrisleri  $[m]$ ,  $[c]$ ,  $[k]$  zamana bağlıdır. Hareketli sonlu elemanların kütle sönümleme ve direngenlik matrislerinin boyutu iki düğümlü namlu elemanın kütle sönümleme ve direngenlik matrislerinin boyutuna eşittir. Bu yüzden, bir namlu elemanın her bir düğüm noktasında üç serbestlik derecesi vardır. Hareketli sonlu elemanın özellik matrislerinin boyutları  $6 \times 6$  olacaktır.



### 3.1.2 Bütün sistemin hareket denklemi

Şekil 4 de verilen sönümlenmeli namlu sistemin çoklu serbestlik derecesi sahip hareket denklemi:

$$[\widehat{M}]\{\ddot{z}(t)\} + [\widehat{C}]\{\dot{z}(t)\} + [\widehat{K}]\{z(t)\} = \{\widehat{F}(t)\}, \quad (20)$$

Burada  $[\widehat{M}]$ ,  $[\widehat{C}]$  ve  $[\widehat{K}]$  sırasıyla tüm kütle sönümlenme ve direngenlik matrisleridir.  $\{\ddot{z}(t)\}$ ,  $\{\dot{z}(t)\}$  ve  $\{z(t)\}$  ise sırasıyla, ivme, hız ve yer değiştirme vektörleridir. Bunun yanında  $\{\widehat{F}(t)\}$  t zamanında sistemin bütün dış kuvvetleridir.

#### 3.1.2.1 İvmelenen Mermi Çekirdeği Etkisi Altındaki Namlunun Kütle ve Direngenlik Matrisi

Genel olarak şekil 4'deki gibi bir sistem için global direngenlik K ve kütle matrisi M, eleman matrisleri bir araya getirilerek ve sınır koşulları uygulanarak elde edilir. Eğer mermi çekirdeği namlunun içinde hareketliyse bütün sistemin kütle ve direngenlik matrisleri ivmelenen mermi çekirdeği tarafından etki eden atalet ve santrifüj kuvvetlerin katkısı hesaba katılarak elde edilir.

Bu durumda anlık bütün direngenlik ve kütle matrisleri;

$$\widehat{K}_{ij} = K_{ij} \quad (i, j = 1-n), \quad (21)$$

$$\widehat{M}_{ij} = M_{ij} \quad (i, j = 1-n), \quad (22)$$

Olup sadece s'inci elemanın matrisleri aşağıdaki hesaplanır:

$$\widehat{K}_{si \, sj} = K_{si \, sj} + k_{ij} \quad (i, j = 1-6) \quad (23)$$

$$\widehat{M}_{si \, sj} = M_{si \, sj} + m_{ij} \quad (i, j = 1-6) \quad (24)$$

$x_m(t)$  ve s ifadelerinin anlık değerleri aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$x_m(t) = x_p(t) - (s-1)l, \quad (25)$$

$$s = \left( \frac{x_p(t)}{l} \text{nin tamsayısı} \right) + 1, \quad s = (1-n), \quad (26)$$

#### 3.1.2.2 İvmelenen mermi çekirdeği etkisi altındaki namlunun sönümlenme matrisi

Sönümlenme matrisi C kütle ve direngenlik matris bileşimleri ile orantılı olan Rayleigh'in sönümlenme teorisi kullanılarak belirlenir. Bu durumda sönümlenme matrisi aşağıdaki gibi elde edilir.

$$C = aM + bK, \quad (27)$$

Denklem (27) ifadesi içindeki a ve b değerleri aşağıdaki denklemin çözümü ile elde edilir[14].

$$\begin{Bmatrix} a \\ b \end{Bmatrix} = 2 \frac{\omega_i \omega_j}{\omega_j^2 - \omega_i^2} \begin{bmatrix} \omega_j & -\omega_i \\ -\frac{1}{\omega_j} & -\frac{1}{\omega_i} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \zeta_i \\ \zeta_j \end{Bmatrix} \quad (28)$$

Burada  $\zeta_i$  ve  $\zeta_j$  herhangi bir uygun doğal frekans olan  $\omega_i$  ve  $\omega_j$  değerleri için yapısal sistemin sönümlenme oranlarıdır. Daha sonra ivmelenen merminin etkisi altındaki sönümlenmiş sistemin bütün anlık sönümlenme matrisi:

$$\hat{C}_{ij} = C_{ij} \quad (i, j = 1-n), \quad (29)$$

Bu ifadenin dışında;

$$\hat{C}_{si sj} = C_{si sj} + c_{ij} \quad (i, j = 1-4), \quad (30)$$

### 3.1.2.3 İvmelenen Mermi Çekirdeği Etkisi Altındaki Namlunun Global Kuvvet Vektörü

Bütün anlık kuvvet vektörleri zamana da bağlıdır. S'inci namlu elemanın düğüm kuvvetlerinin dışında bütün kuvvet vektörlerinin katsayıları sıfıra eşittir. Bu yüzden, sistemin bütün anlık kuvvet vektörleri aşağıdaki gibi olur:

$$\{\hat{F}(t)\} = [0 \dots f_{s1} \quad f_{s2} \quad f_{s3} \quad f_{s4} \quad f_{s5} \quad f_{s6} \dots 0]^T \quad (31)$$

Bunun beraber;

$$f_{si} = mgN_i \quad (i = 2, 3, 5, 6), \quad (32)$$

$$f_{si} = ma_m N_i \quad (i = 1, 4) \quad (33)$$

Burada  $N_i$  ( $i=1-6$ ) ifadesi denklem (14)'de verilen şekil fonksiyonlarıdır.

### 3.2 Hareket Denkleminin Çözümü

Denklem (20)' de verilen bir sistem için çözüm Newmark'ın metoduna benzer bir numerik integrasyon kullanılarak elde edilebilir[9]. Namlunun sönümsüz doğal frekansları ve mode şekilleri denklem (18)'in homojen çözümünden elde edilir. Bu durumda denklem (18) :

$$M \ddot{z} + K z = 0 \quad (34)$$

Denklem (34) ifadesinin çözümü için  $z = \varphi e^{j\omega t}$  kabul edilmiştir[16]. Ve ikinci dereceden türevi  $\ddot{z} = -\omega^2 \varphi e^{j\omega t}$  olur. Daha sonra  $z$  ve  $\ddot{z}$  ifadeleri denklem (34) de yerine konulursa:

$$(K - \omega^2 M) \varphi e^{j\omega t} = 0, \quad (35)$$

Bu bir homojen denklem olup,

$$\det(K - \omega_i^2 M) = 0, \quad (i = 1-n), \quad (36)$$

Üstteki determinant denkleminin çözümü bir dizi  $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$  frekans değerleri için uygundur.  $\omega_i$  frekansı i. doğal frekans olarak adlandırılır.  $\omega_i$  değerini denklem (35) de yerine konulursa bu denklem ile uyumlu bir dizi  $\{\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n\}$  ifadelerine denk gelir. i. vektör  $\varphi_i$  i. doğal frekansa denk gelmesi i. doğal mod, veya i. mod şekli olarak adlandırılır[10]. Eğer mermi çekirdeği namlu içinde hareket ederse, anlık kütle ve dirençlilik matrisleri bütün sistemin anlık doğal frekanslarının çözümü için kullanılmalıdır. Bu durumda, denklem (34) şu ifade şeklini alır:

$$\hat{M} \ddot{z} + \hat{K} z = 0 \quad (37)$$

Denklem (37) ifadesinin frekans çözümümü için denklem (38) kullanılabilir. Bu da;

$$\det(\hat{K} - \omega_i^2 \hat{M}) = 0, \quad (i = 1-n), \quad (38)$$

Burada  $\omega_i$  tüm sistemin i. zorlanmış titreşim frekansıdır. Eğer kütle ve dirençlilik matrisleri (38) de zamana bağlı olarak kullanılırsa; frekans çözümü de zamana bağlı olacaktır.  $\Delta t$ 'nin her zaman adımında tüm sistemin anlık bütün kütle ve dirençlilik matrislerinin hesaplanması için aşağıdaki adımlar kullanılır.

1. Her bir kiriş elemanının kütle ve direngenlik matrislerini tanımlanır.
2.  $t$  zamanı için, mermi çekirdeğinin üzerinde olduğu  $s$  elemanını belirle(26).
3.  $S$ 'inci elemandaki hızlanan mermi çekirdeğinin zamana bağlı pozisyonu  $x_m(t)$  ifadesini denklem (25)'de gösterildiği gibi belirle.
4. Önceki adımda belirlenen  $x_m(t)$  ifadesini denklem (14)'de yerine konularak zamana bağlı şekil fonksiyonlarını hesapla.
5. (19e), (19f) ve (19g) denklemlerinde gösterildiği gibi mermi çekirdeğinin kütle sönümlenme ve direngenlik matrislerini belirle.
6. (23) ve (24) denklemlerinin yardımıyla daha önceden belirlenmiş olan mermi çekirdeğinin kütle ve direngenlik matrislerini birleştirerek  $s$ 'inci elemanın kütle ve direngenlik matrislerini hesapla.
7. Her bir kiriş elemanının kütle ve direngenlik matrislerini birleştirilerek bütün sistemin anlık tüm direngenlik ve kütle matrislerini hesaplanır. Bu matrislerin özdeğer çözümleri  $t$  zamanında bütün sistemin anlık doğal frekansını verir.
8.  $t+\Delta t$  ifadesi için tekrar 2.adıma dön.

## 4.ANALİZ

### 4.1 Uçaksavar Namlusunun Doğal Frekansları ve Titreşim Mod Şekilleri

Namlunun doğal frekanslarının belirlenmesi için Solidworks ortamında namlunun katı modeli oluşturulmuş olup namluya ait genel geometrik özellikler Tablo 1'de verilmiştir. Namlu katı modeli ANSYS ortamında aktarılarak modal analiz yapılmıştır. Şekil 6' da namlunun katı modeli verilmiş olup, namlu malzemesi olarak 32 CrMoV 12-10 seçilerek Tablo 4'de malzeme özellikleri verilmiştir.

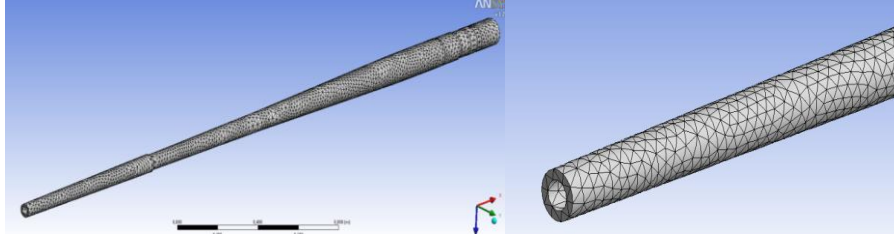


Şekil 6. Namlunun katı modeli.

Tablo 4. 32 CrMoV 12-10 malzemesinin özellikleri

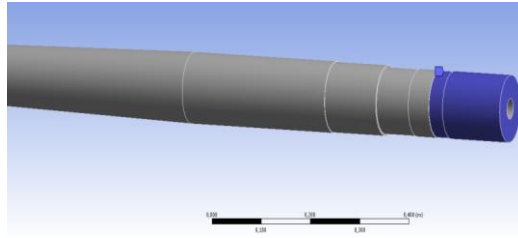
İçindeki bileşimler	
Karbon	0.35 (%)
Krom	3.0 (%)
Molibden	1.0 (%)
Vanadyum	0.25 (%)
Elastisite Modülü	210000 Mpa
Yoğunluk	7800 kg/m <sup>3</sup>

Namlunun doğal frekanslarını belirlemek için sonlu elemanlara (meshing) ayırma işlemi ANSYS workbench ortamında sonlu elemanlara ayrıldı. Şekiller 7'de namlunun sonlu elemanlara bölünmesi gösterilmiştir.



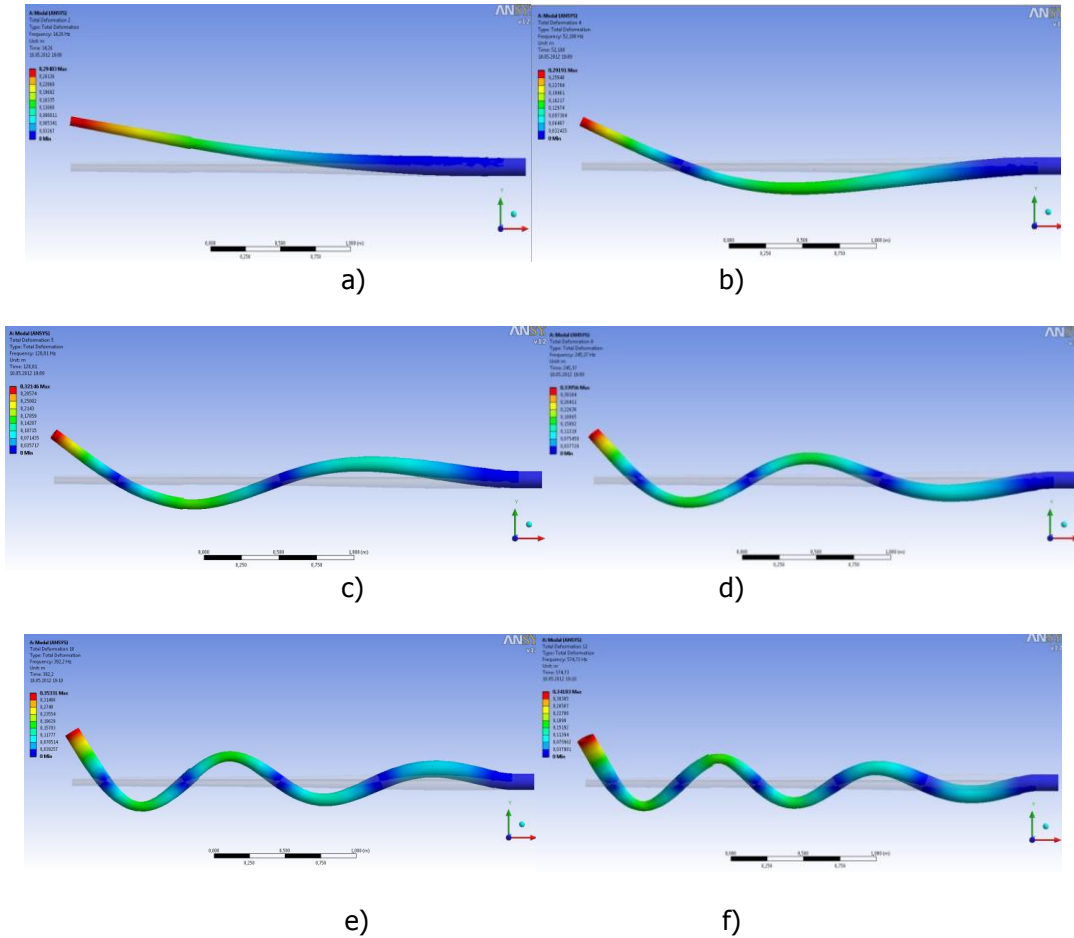
Şekil 7.Namlunun ANSYS sonlu elemanlara ayrılması

Namlu uçaksavar gövdesine yaklaşık 155 mm'lik dip kısmından sabitlendiğinden bu kısım sabit mesnet yapılmıştır Şekil 8.



Şekil 8. Namlunun Sınır şartlarının belirlenmesi

Namlunun z yönündeki doğal titreşim modları Şekil 9' da ve frekansları Tablo 5 verilmiştir.



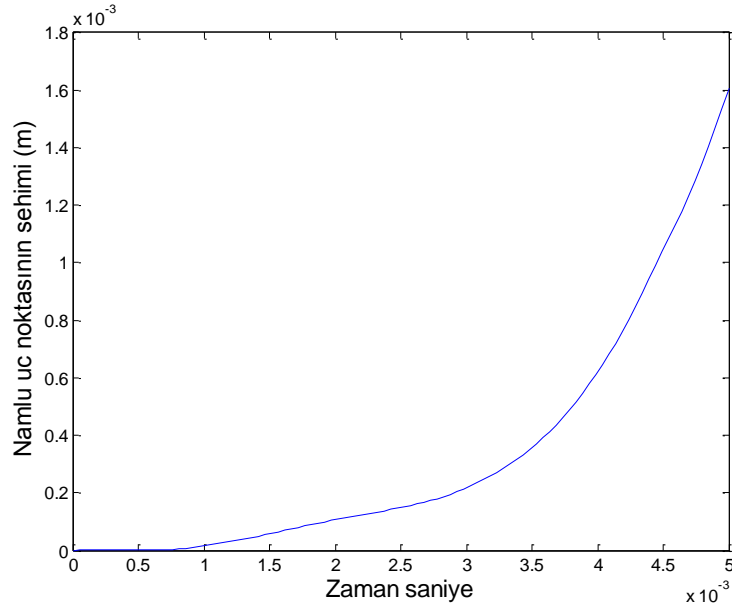
Şekil 9. Namlunun titreşim mod şekilleri: a) 1.Mod, a) 1.Mod b) 2.Mod c) 3.Mod d) 4.Mod e) 5.Mod f) 6.Mod

Tablo 5. Namlunun doğal frekans değerleri

Titreşim Modu	Hertz
1	14.26
2	52.198
3	128.81
4	245.37
5	392.2
6	574.73

## 4.2 Uçaksavar Namlusunun Dinamik Yer Değiştirmesi

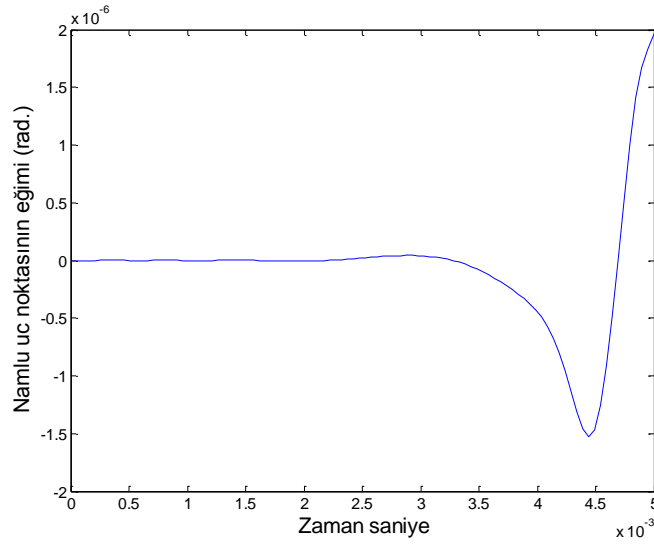
Namlu ve mermi çekirdeğinin etkileşiminden oluşan dinamik yer değiştirmeler bütün sistemin hareket denkleminin (20) Newmark doğrudan zaman İntegrasyon yöntemi kullanılarak zaman alanında nümerik çözümünü elde edildi [9]. Analizler de zaman adım aralığı olarak  $\Delta t=0.00001$  sn. alınmıştır. Hesaplamalarda ilk 20 titreşim modlarının etkisi dâhil edilmiştir. Namlu eşit uzunlukta 108 adet sonlu elamana bölünmüştür. Namlu sisteminin oransal sönümlenme oranları  $\zeta_1=0.005$  ve  $\zeta_2=0.006$  alınmıştır. Mermi çekirdeği yaklaşık 5 milisaniye namlu içinde seyahat etmekte olup, analiz zaman alanı 0-5 ms olarak belirlenmiştir. Mermi çekirdeği namluyu terk ettikten sonra serbest titreşime geçtiğinden analiz sonuçlarında zorlanmış titreşim gösterilerek serbest titreşim gösterilmemiştir. Mermi çekirdeğinin namlu içinde hareketi esnasında namlu ucunun zamana bağlı sehimini, eğimi ve eksenel yer değiştirmeleri Şekiller 10, 11 ve 12’de sırasıyla verilmiştir.



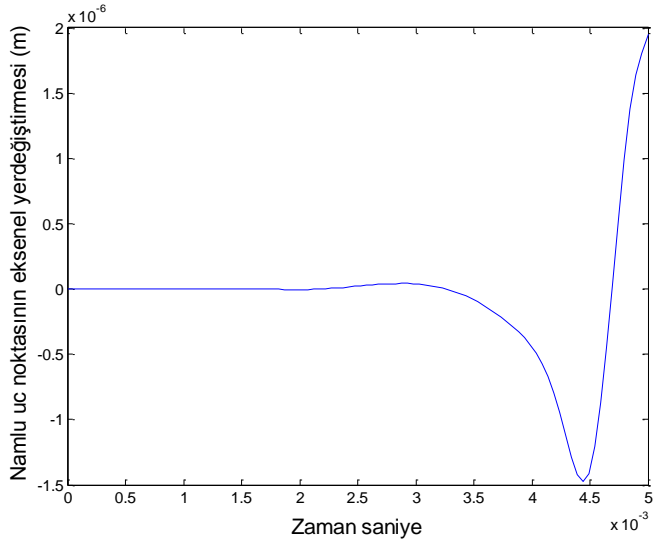
Şekil 10. Namlu uç noktasının zamana bağlı sehimini

Şekillerden görüleceği üzere namlu ucu mermi hareketine bağlı olarak yer değiştirmektedir. Mermi çekirdeğinin hedef sapması merminin namluyu terk ederken namlu uç noktasının yer değiştirmesine göre değişecektir. Bu yer değiştirme namlu ve mermi sisteminin öz değerleri ve hareket hızına bağlı olarak değişeceği için önceden tahmini ancak özellikleri bilinen bir mermi-namlu sistemi için yapılan hesaplamalarla mümkün olabilir. Farklı mermilerin çekirdek kütlesi, barut miktarı ve hızı farklı olabileceğinden aynı namluda farklı mermilerin oluşturacağı etki de farklı olacaktır. Dolayısıyla her sistem kendi değerleri açısından incelenmelidir.

Şekil 10'dan görüleceği üzere mermi çekirdeği namlu içinde hareket ederken namlu uç noktası dinamik olarak yerdeğiştirmektedir. Dinamik yerdeğiştirme eğrisindeki dalgalanma mermi namluyu terk edene kadar namlunun yaptığı titreşimleri göstermektedir. Şekilden anlaşılacağı üzere 0 ile 5 mili saniyelik zaman diliminde namlu birden az tam titreşim yapmaktadır ki bu olay dinamik yerdeğiştirmelerin bu sistem açısından kritik olmadığını göstermektedir. Mermi hareketiyle namlu titreşiminin yarı periyodunun çakışması durumunda dinamik yerdeğiştirme artacağından kritik durum ortaya çıkacaktır. İncelenen mevcut sistem için birinci titreşim frekansları Tablo 5'e göre 14.26 Hz olduğundan mermi namluyu terk edenekadar ancak birinci moda 0.07 tam titreşim yapabilmekte ve 6.titreşim modunda ise 574.73 Hz olduğundan 2.67 tam titreşim yapmaktadır. Dinamik açıdan en iyi sistem titreşim frekansları yüksek olan daha rijit sistemlerdir.



Şekil 11. Namlu uç noktasının eğimi(rad.)



Şekil 12. Namlu uç noktasının aksenal yerdeğiştirmesi (m.)

## 5. SONUÇLAR VE TARTIŞMA

Sistemin lineersizliği ve kompleksliği dikkate alınırca her namlu sistemi dinamik açıdan mermi çekirdeği kütlesi, mermi çekirdeğinin namlu içindeki kalış zamanı gibi parametreler açısından incelenmelidir. Vuruş kabiliyeti açısından namlu sisteminin ve aktif veya pasif titreşim kontrolü ve sönümlenmesi önem arz etmektedir. Bu çalışmada tek atışın etkisi ortaya konulmuş olup, uçak savar toplarında olduğu gibi peş peşe atışlarda namludaki dinamik yer değiştirmeler daha da fazla olabilecektir. Çünkü seri atışlarda daha namlu titreşimleri sönümlenmemiş ve namlu belirli yönde aşağı veya yukarı olabilir bir hareket enerjisine sahip iken ikinci bir atışla titreşim hareket enerjisi arttırılmış veya azaltılmış olabilir. Tekrar atışlarda namlunun anlık titreşim hareket yönü aşağı doğru ise enerjisi artar yukarı doğru ise enerjisi azalır. Bazı durumlarda seri atımlarla namlu hareket yönü çakışabileceği ve bununda namlunun titreşim enerjisini arttırarak titreşim genliğini arttırabileceği ihtimaline karşı silah sistemi bu açıdan da dinamik olarak incelenerek bu ihtimal tasarımda bertaraf edilmelidir. Çalışmanın sınırlı olması nedeniyle namlu dinamiği konusunu bu kadarla sınırlandırarak detaylı incelemeleri gelecek çalışmalara bırakıyoruz.

Namlu içindeki ivmelenen mermi çekirdeği gibi hareketli kütle problemlerinde önerilen metod sistemin gerçek davranışını ortaya koyma açısından bazı avantajlara sahiptir. Çünkü hareketli kütle bir hareketli sonlu eleman olarak modellendiğinden hareketli sonlu elemanın katılık, kütle ve sönümlenme matrisleri kolaylıkla giriş elemanın katılık, kütle ve sönümlenme matrisleriyle kombine edilebilmektedir. Böylece hareketli kütlelerin atalet etkileri hareket denkleminde temsil edilebilmektedir. Fakat her zaman adımında anlık global kütle, katılık ve sönümlenme matrislerinin ve kuvvet vektörünün belirlenmesi çok zaman alacağından önerilen metod el hesaplamaları için uygun olmayabilir. Bu zorluk metodun en önemli dezavantajıdır. Bununla birlikte MATLAB gibi kodlar kullanılarak bu zorluk aşılabılır. Eğer çok daha hassas sonuçlar gerekiyorsa orta kapasiteye sahip bir bilgisayarla bu metod düşük maliyetle kullanılabilir.

## 6. KAYNAKÇA

- [1] LITTLEFIELD,A.,G., KATHE,E., **Gun Barrel Vibration Absorbers For Medium And Large Caliber Systems**
- [2] BALLA,J., Dynamics of mounted automatic cannon track vehicle, MMES'10 **Proceedings of the 2010 international conference on Mathematical models for engineering science**,207
- [3] TAWFIK,M., **Dynamics and Stability of Stepped Gun Barrels with Moving Bullets**
- [4] ALEXANDER,J.,E., **AGS Gun and Projectile Dynamic Modeling Correlation to Test Data**
- [5] FRYBA, L. 1999. **Vibration solids and structures under moving loads**. London: Thomas Telford House.
- [6] CIFUENTES A.O. 1989. Dynamic response of a beam excited by a moving mass, **Finite Elements in Analysis and Design**, 5, pp. 237– 46.
- [7] WU JJ. 2008. Transverse and longitudinal vibrations of a frame structure due to a **moving trolley**
- [8] CLOUGH RW, PENZIEN J. 2003. **Dynamics of structures**. 3rd ed. Berkeley: Computers and Structures, Inc.
- [9] WILSON, E.L. 2002. Static and Dynamic Analysis of Structures, **Chapter 20: Dynamic analysis by numerical integration**, Computers and Structures Inc.

[10] WODEK K. GAWRONSKI 2004. **Advanced structural dynamics and active control of structures**, Springer-Verlag New York Inc

[11] <http://www.turkcebilgi.com/ansiklopedi/uçaksavar>

[12] <http://www.savunmaturk.com/188-oerlikon-gdf-003.html>

[13] Army Research Laboratory, Modeling of the 35-mm Rarefaction Wave Gun,2006

[14] <http://www.mkek.gov.tr/foUrunDetaylari.aspx?iKodUrun=94&iKodUrunKategorisi=123>

[15] [http://tr.wikipedia.org/wiki/Oerlikon\\_GDF-003](http://tr.wikipedia.org/wiki/Oerlikon_GDF-003)

[16] <http://www.mkek.gov.tr/foUrunDetaylari.aspx?iKodUrun=36&iKodUrunKategorisi=120>